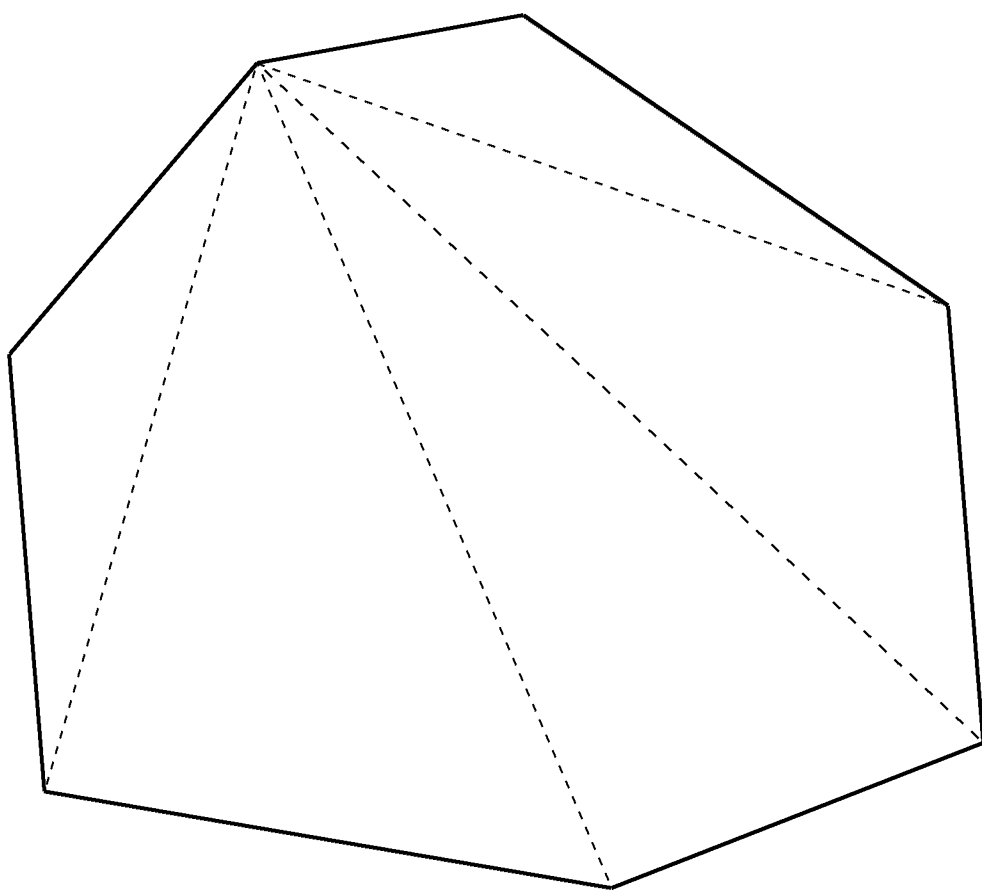


多角形の面積



____年____組 なまえ_____

第1部 いろいろな四角形

【質問1】

四角形にはいくつかの^{しゅるい}種類があることを知っていますか？ 正方形や長方形も、四角形の種類のひとつです。

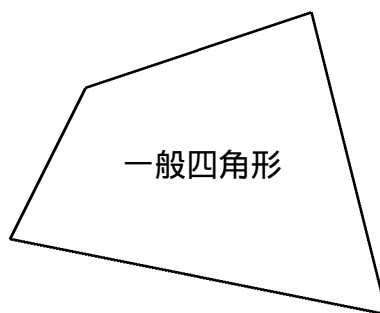
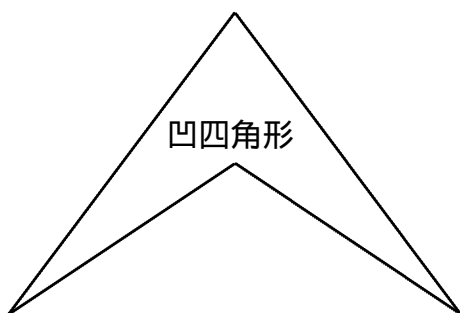
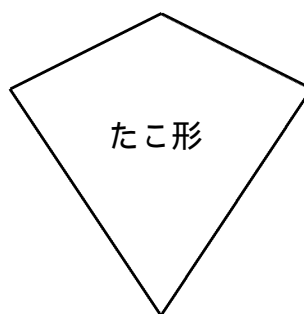
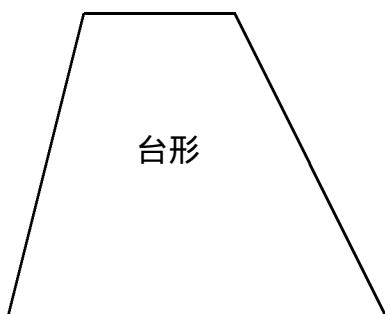
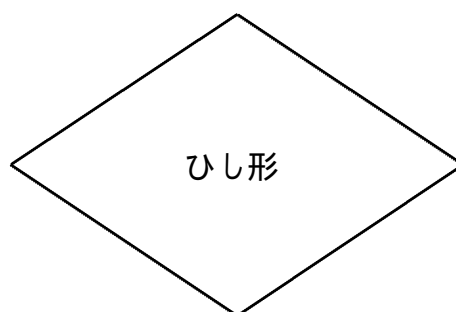
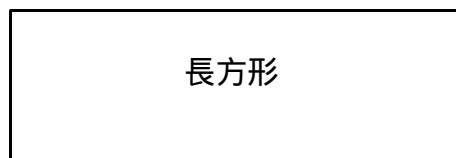
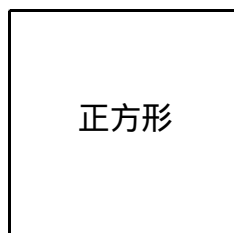
あなたの知っている四角形の名前を、すべて書きましょう。

| |
|-------|
| ----- |
| ----- |
| ----- |
| ----- |
| ----- |
| ----- |
| ----- |
| ----- |
| ----- |
| ----- |

みんなの考えを出し合いましょう。

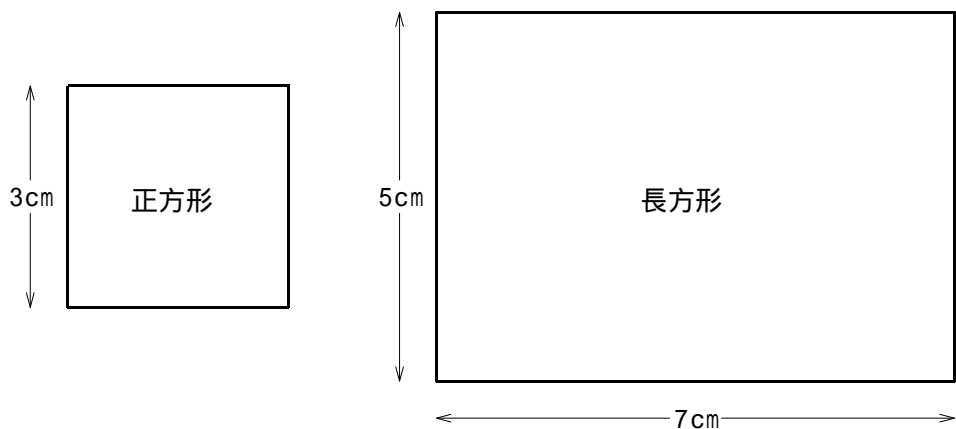
【おはなし 1】

四角形には、下のような種類があります。



【問題 1】

下の正方形・長方形の面積を求めましょう。



正方形の面積

長方形の面積

みんなの考えを出し合いましょう。

【おはなし 2】

正方形・長方形の面積は、公式を使って求めることができました。

$$\text{正方形・長方形の面積} = \begin{array}{l} \text{たて} \times \text{横} \\ \text{たての長さ} \times \text{横の長さ} \end{array}$$

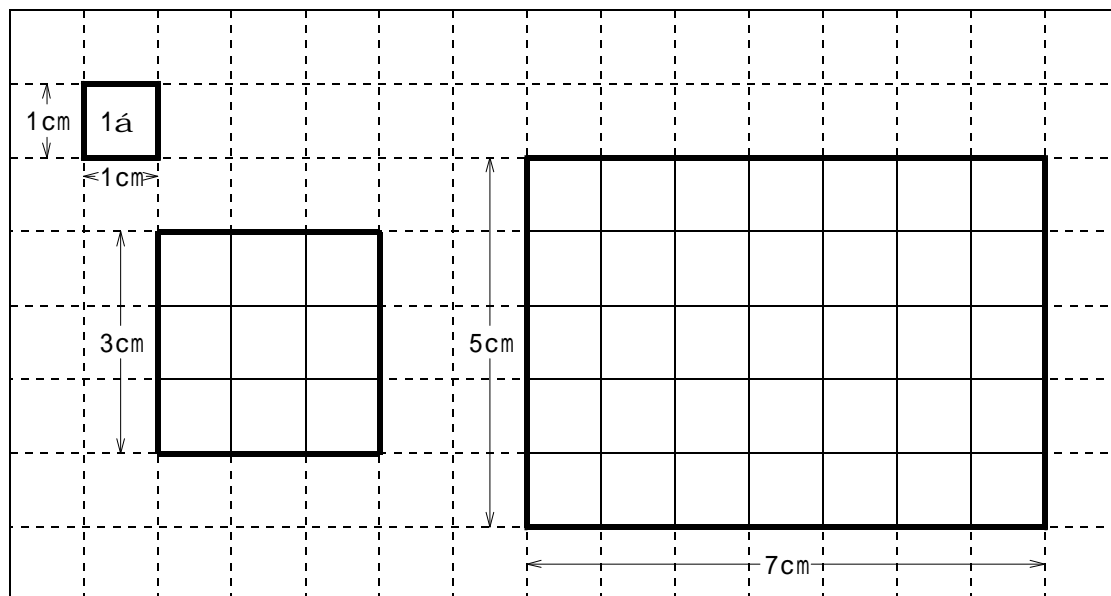
正方形はたてと横の長さが等しいので、

$$\text{正方形の面積} = \begin{array}{l} \text{一辺} \times \text{一辺} \\ \text{一辺の長さ} \times \text{一辺の長さ} \end{array}$$

ということもできます。

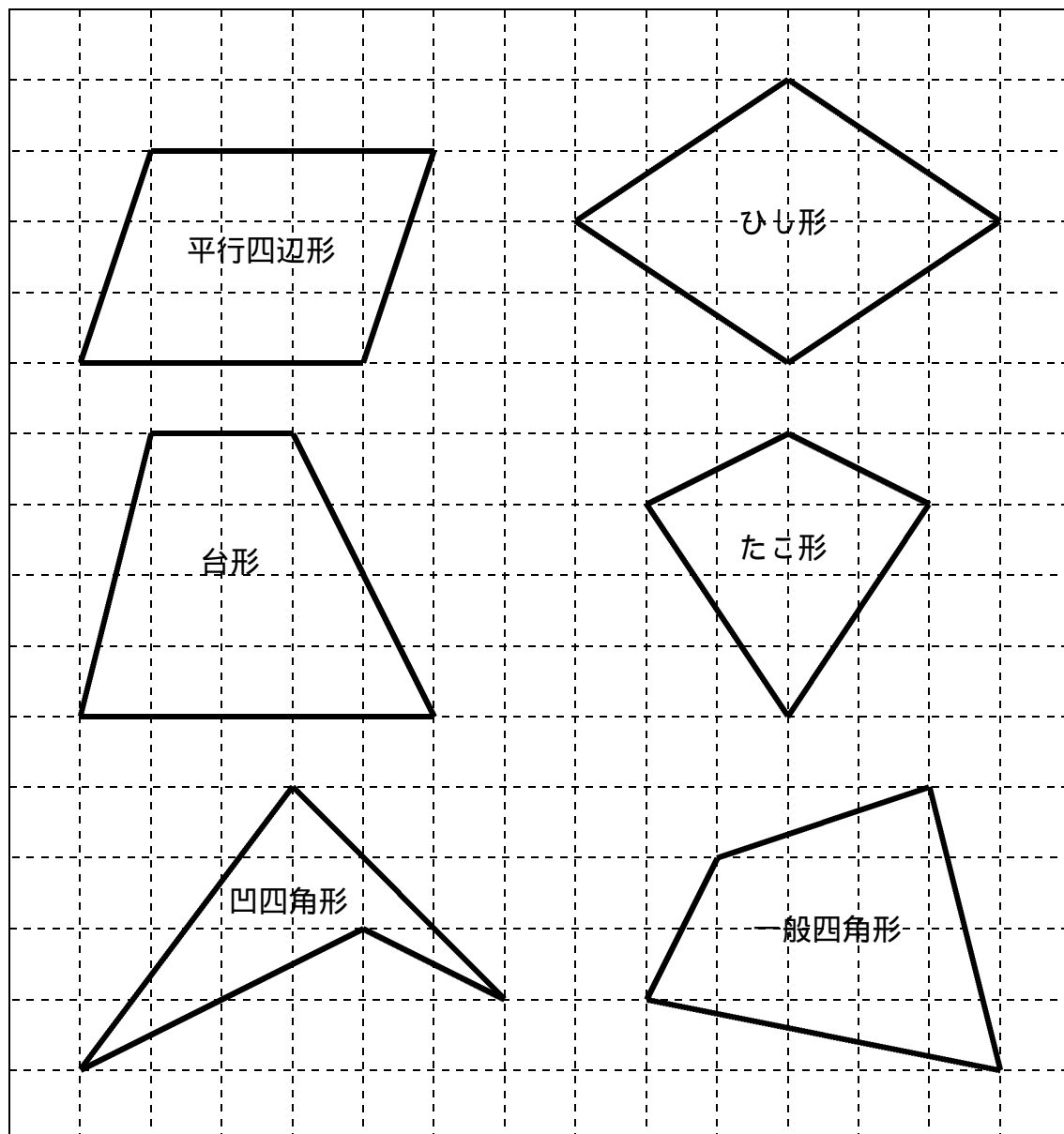
では、なぜ正方形・長方形の面積は「たて(の長さ)×横(の長さ)」で求めることができるのでしょうか。

それは、下のようの方眼を書いてみるとよくわかります。



たて・よこが 1 cmの正方形の面積を 1 cm²と決めて、その正方形がどれだけしきつめられるかを計算で求めているのです。

でも、この正方形・長方形以外の四角形は、正方形でしきつめることができません。「たて[の長さ]×横[の長さ]」で面積を求めることはできないのです。



では、平行四辺形・ひし形・台形・たこ形・凹四角形・一般四角形の面積を計算で求めることはできないのでしょうか？

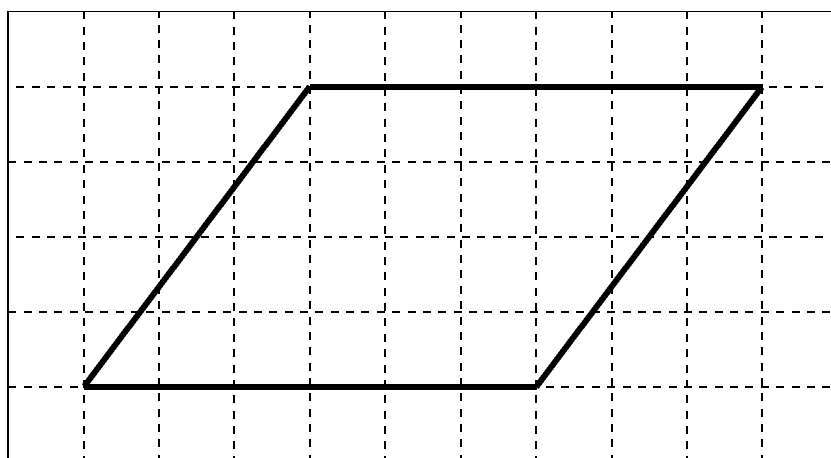
順番に考えていきましょう。

第2部 四角形の面積

【問題2】

下の平行四辺形の面積を計算で求める方法を考えてみましょう。

面積を計算で求めるためには、 1 cm^2 の正方形がしきつめられる形、つまり、長方形(または正方形)に形を変えなければいけません。下の平行四辺形を長方形(または正方形)に変形することはできるでしょうか？

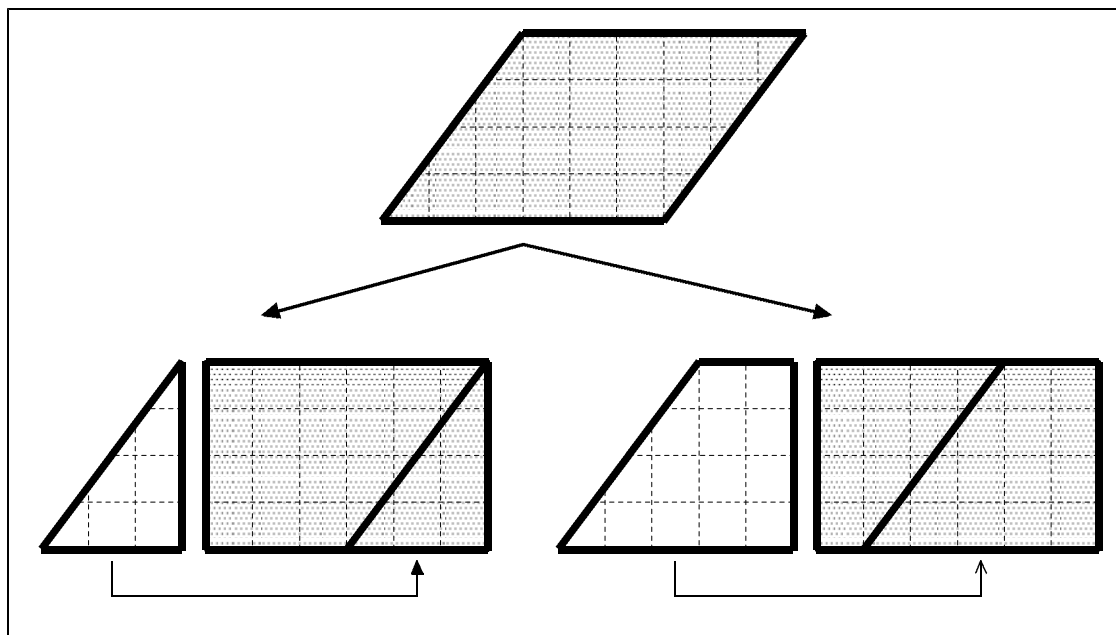


先生から、上の図と同じ平行四辺形を画用紙に印刷したものをもらって、試してみましょう。そのあと、みんなの考えを出し合いましょう。

【おはなし 3】

【問題 2】のような平行四辺形の形を変えて長方形にするには、次のような方法があります。

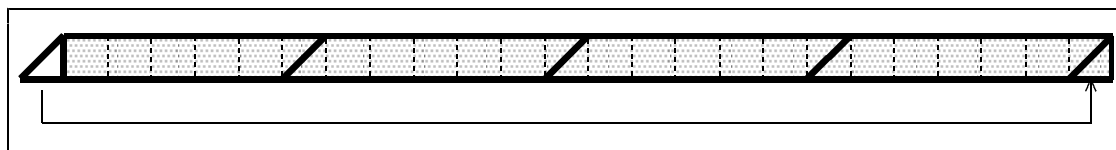
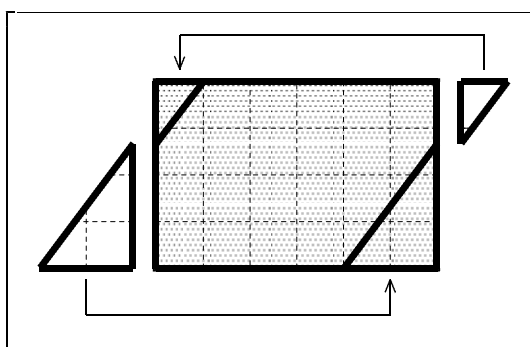
他にもいろいろな方法がありますが、この方法が^{もっと}最もかんたんです。



切る回数が多くなりますが、右のような方法もあります。

切り方は、他にもたくさんあります。ここでは紹介しなかった方法で、同じ長方形に変形した人もいることでしょう。

また、中には下のように変形した人がいるかもしれません。これも長方形ですが、元の平行四辺形とはずいぶん違った形になっていますね。

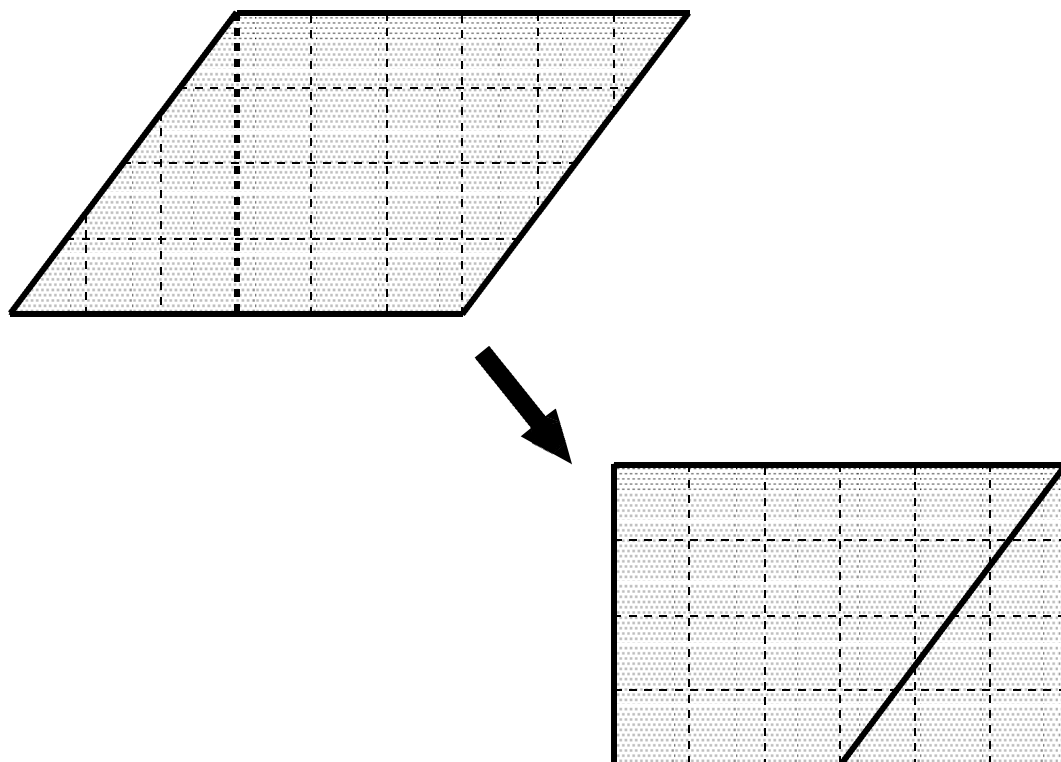


【問題 3】

平行四辺形を長方形に変形したのは、計算で面積を求める方法を見つけるためでした。では、平行四辺形の面積を計算で求めることはできるでしょうか？ あなたの考えを書きましょう。

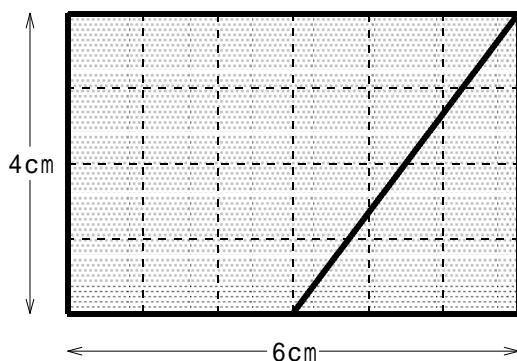
みんなの考えを出し合いましょう。

[変形の例(最もかんたんなもの)]



【おはなし 4】

【問題 2】の平行四辺形を変形すると、下のような長方形になります。



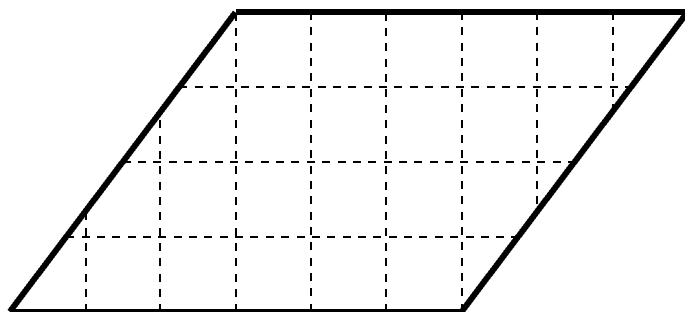
この長方形の面積は、

| | | | | | |
|----------|--------|----------|---|------------------------|------------------------|
| たて[の長さ] | 横[の長さ] | | | | |
| ____(cm) | × | ____(cm) | = | ____(cm ²) | 答 ____ cm ² |

となります。では、平行四辺形のままで面積を求めるには、どうしたらよいのでしょうか？ そう、「長方形に変形したときの たての長さ と横の長さ」がわかれば、計算で面積を求められるのです。

【問題 4】

もとの平行四辺形を見て、長方形に変形したときの たての長さ と横の長さ がわかりますか？

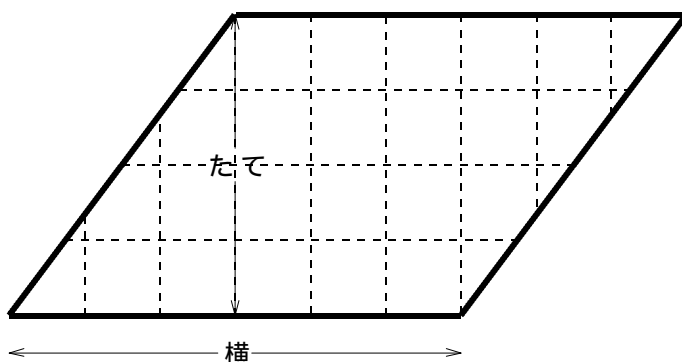


| | |
|-------|---|
| たての長さ |) |
| _____ | |
| 横の長さ |) |
| _____ | |

【おはなし 5】

長方形に変形したときの たての長さ と 横の長さ は、それぞれ右の図のようになります。

平行四辺形のままで、長方形に変形したときの たての長さ と 横の長さ がわかるのです。長方形にしたときのたての長さと横の長さがわかれば、



$$\text{平行四辺形の面積} = \text{たて[の長さ]} \times \text{横[の長さ]}$$

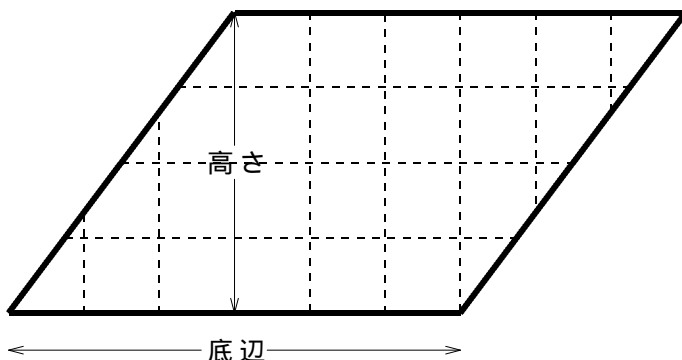
(長方形に変形したときの)

として面積が求められます。

しかし、「長方形にしたときのたての長さ」「長方形にしたときの横の長さ」などと言っていてはかえって難しくなります。

そこでこれからは、右の図のように ^{たか}底辺 ^{たか}高さ という言葉を使うことにします。 ^{ていへん}底辺 は ^{そこ}底になる辺 という意味です。 ^{ていへん}高さ は ^{ていへん}底辺が下になるようにしたとき、もっとも高くなるところまでの長さ(距離) のことです。

つまり、平行四辺形の面積公式は、



$$\text{平行四辺形の面積} = \text{底辺[の長さ]} \times \text{高さ}$$

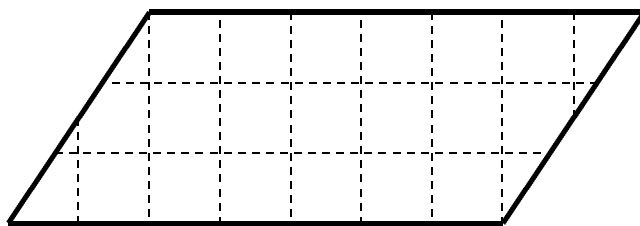
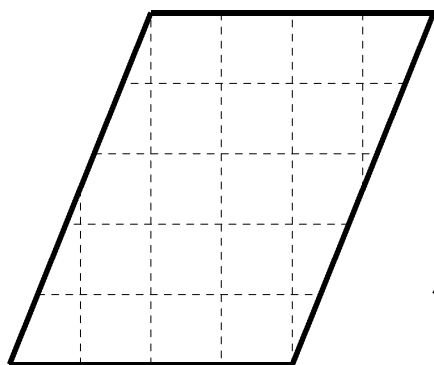
となります。

【練習 1】

1. 平行四辺形の面積公式

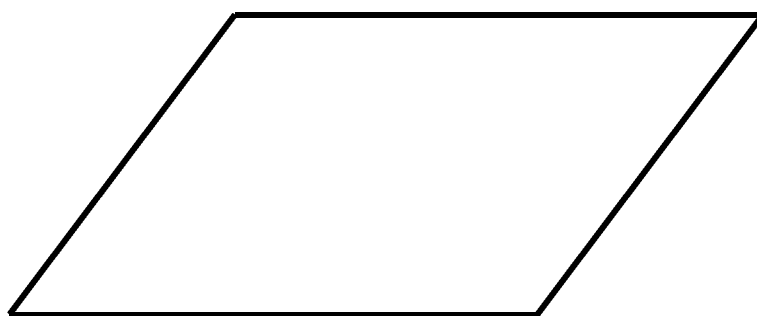
$$\text{平行四辺形の面積} = \text{底辺[の長さ]} \times \text{高さ}$$

を使って、下の平行四辺形の面積を求めましょう。



| | |
|--------------------------|--------------------------|
| 〔 式 〕 答 _____ | 〔 式 〕 答 _____ |
|--------------------------|--------------------------|

2. 下の平行四辺形の面積を、必要な長さをはかって求めましょう。

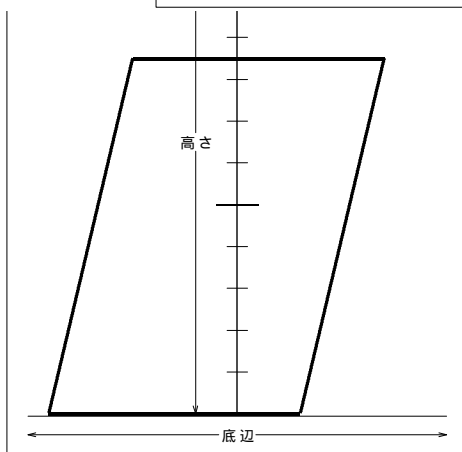
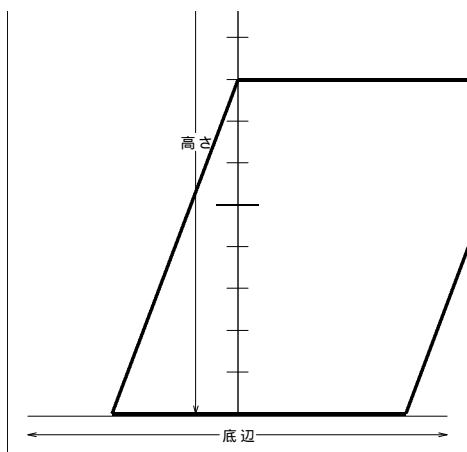
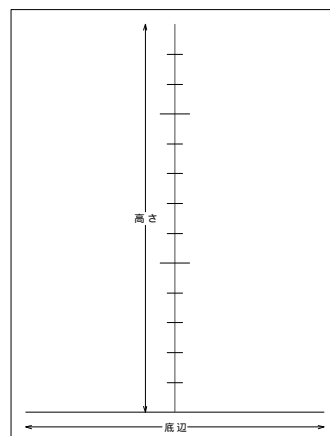


| |
|--------------------------|
| 〔 式 〕 答 _____ |
|--------------------------|

【おはなし 6】 高さみつけ器

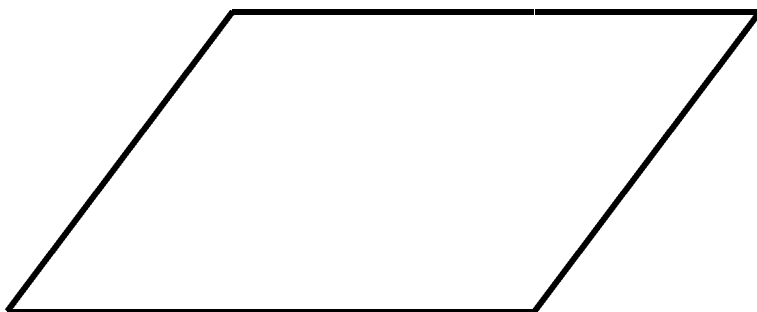
方眼の入っていない平行四辺形の高さを正確にはかるのは、なかなか難しいことです。そこで、**高さみつけ器** という道具を使ってみることにします。

高さみつけ器は、**底辺** と書かれた黒い線を平行四辺形の底辺にあてると、高さがみつかる道具です。例えば、下のように入ります。



【練習 2】

高さみつけ器で、下の平行四辺形の高さをはかりましょう。



結果

【問題 5】

平行四辺形の面積は、

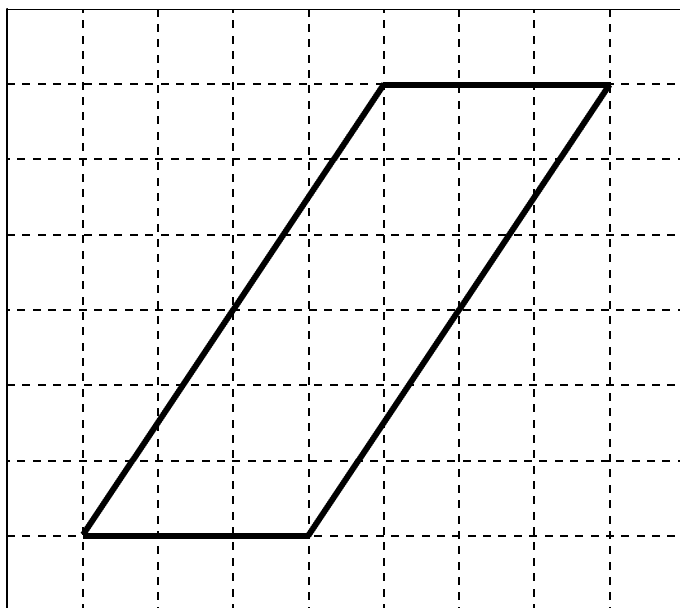
$$\text{平行四辺形の面積} = \text{底辺[の長さ]} \times \text{高さ}$$

で計算できましたね。

では、どんな平行四辺形でも、例えば右のような形の平行四辺形でも、公式で面積が計算できるのでしょうか？

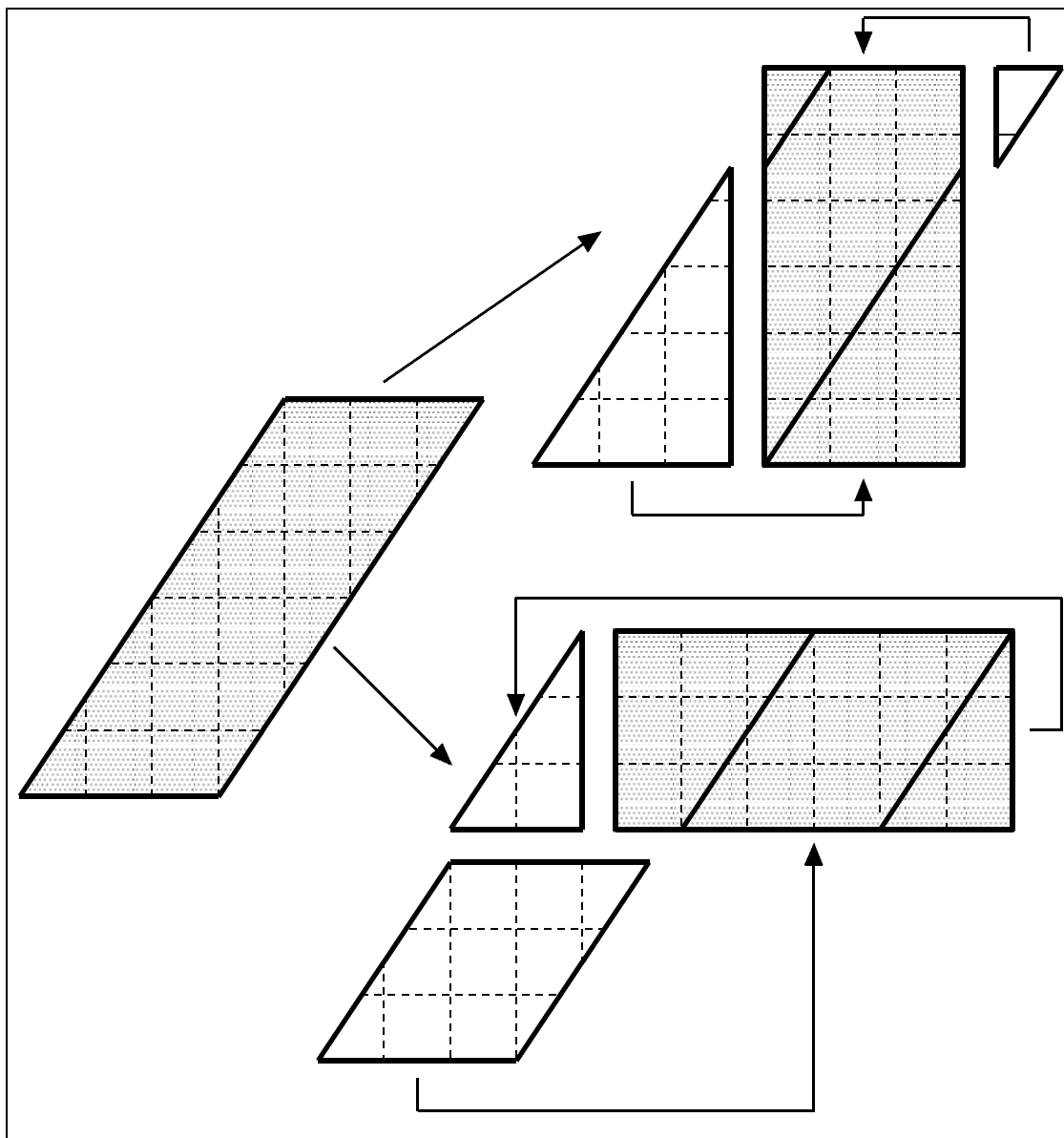
先生から、画用紙に印刷した平行四辺形をもらって、試してみましょう。

まず、長方形に形を変えて、面積がいくらになるかを求め、それから計算で面積を求めましょう。

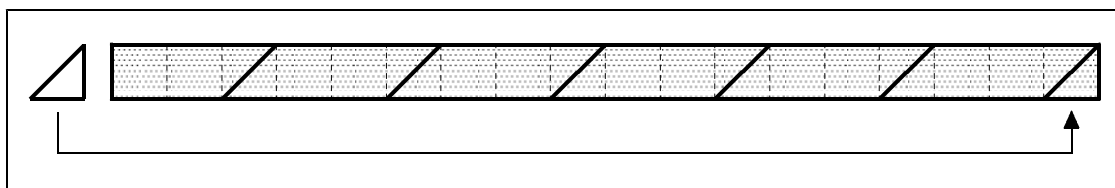


【おはなし 7】

【問題 5】のような平行四辺形の形を変えて長方形にするには、次のような方法があります。【問題 2】とは違って、一回切っただけで長方形にできた人は、いないのではないのでしょうか。



中には下のように変形した人がいるかもしれません。これも長方形ですが、元の平行四辺形とはずいぶん違った形になっていますね。

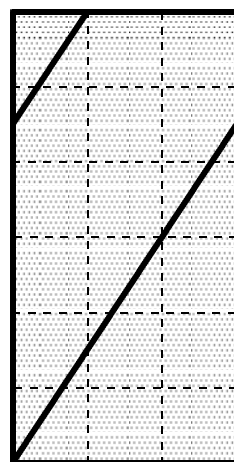


さて、みなさんが考えた中で最もかんたんなのは、右の方法でしょう。この長方形の面積は、

たて[の長さ] 横[の長さ]

$$6(\text{cm}) \times 3(\text{cm}) = 18(\text{cm}^2)$$

答 18cm²

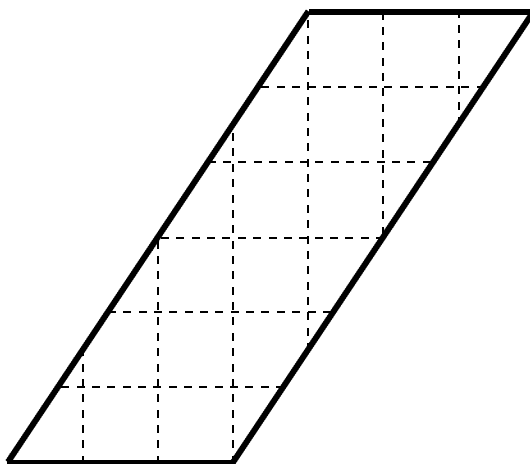


となります。

では、平行四辺形のままで、長方形に変形したときの たての長さ 横の長さ がわかるでしょうか？

【問題 6】

もとの平行四辺形を見て、長方形に変形したときの たての長さ と 横の長さ がわかりますか？



たての長さ

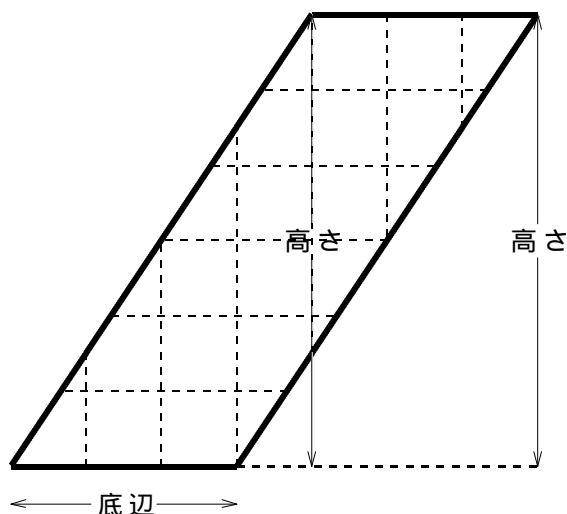
横の長さ

【おはなし 8】

長方形に変形したときの たての長さ と 横の長さ 、つまり平行四辺形の 高さ と 底辺 は、右の図のようになります。

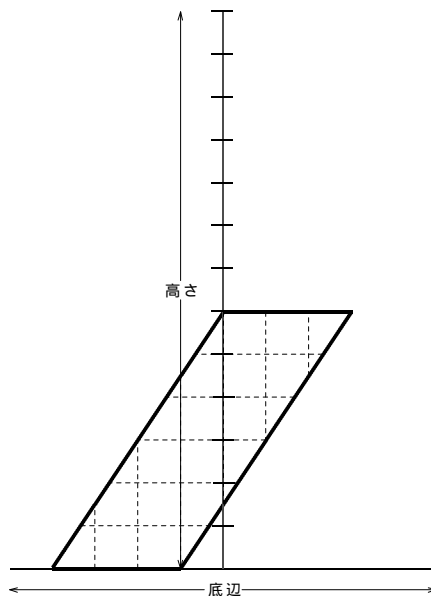
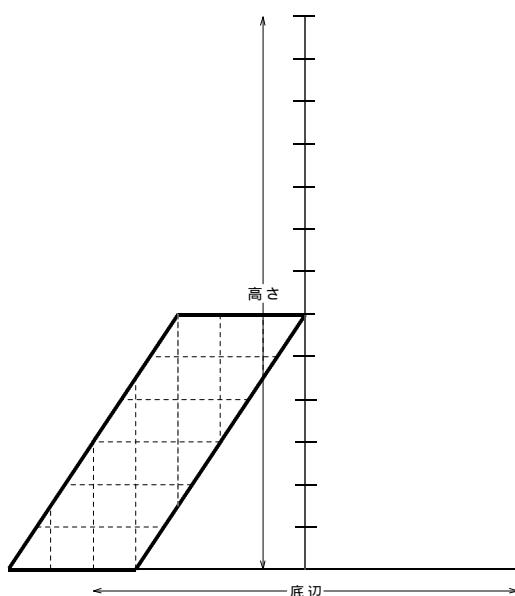
やはり、平行四辺形のままで、長方形に変形したときの たての長さ と 横の長さ がわかりますね。

ですから、今回のような平行四辺形の面積も、



$$\text{平行四辺形の面積} = \text{底辺[の長さ]} \times \text{高さ}$$

で求められます。高さを見つけるのは少し難しいのですが、高さみつけ器 を使えば、うまく見つけることができますね。

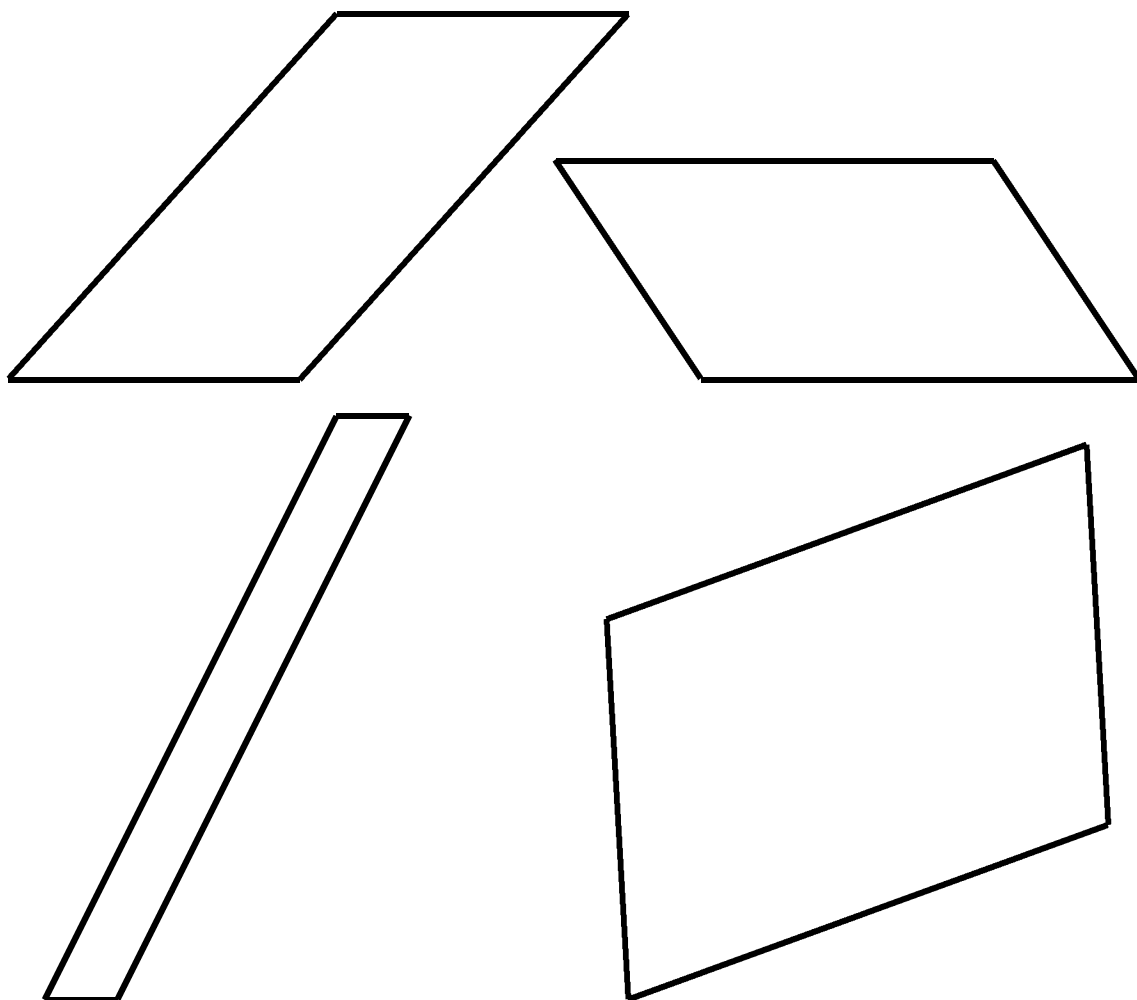


【おはなし 8】

この平行四辺形の変形には、もうひとつ変わった方法があります。先生に見せてもらいましょう。

【練習 2】

下の平行四辺形の面積を求めましょう。必要な長さを測って図に書き込んでから、計算しましょう。

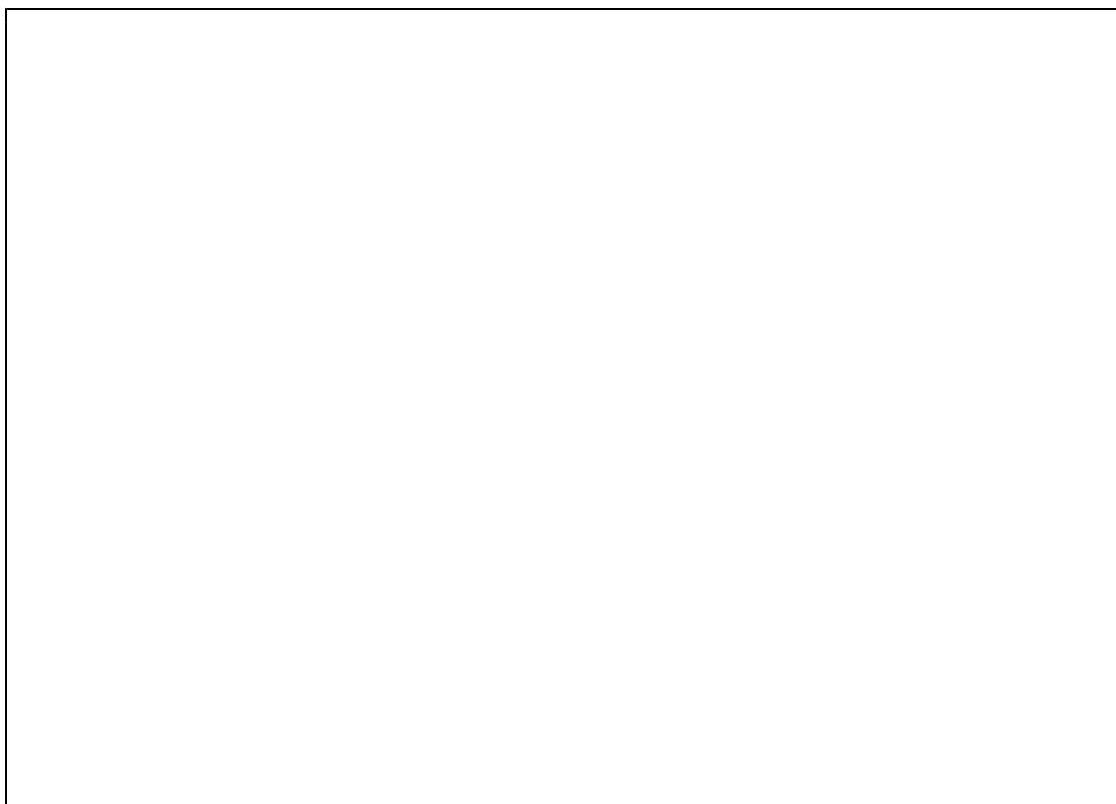
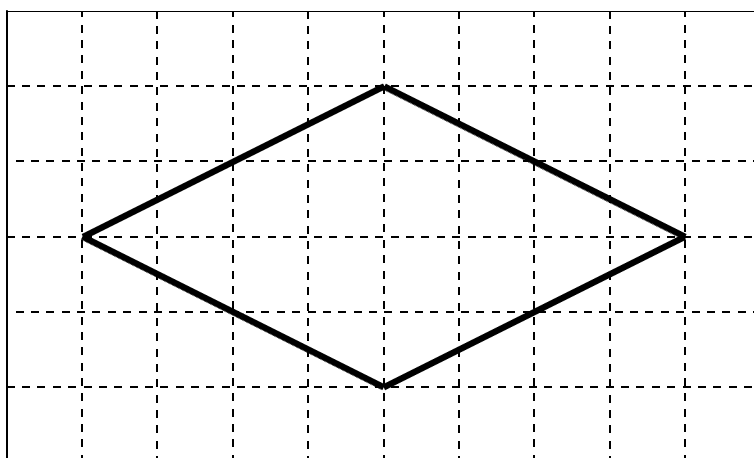


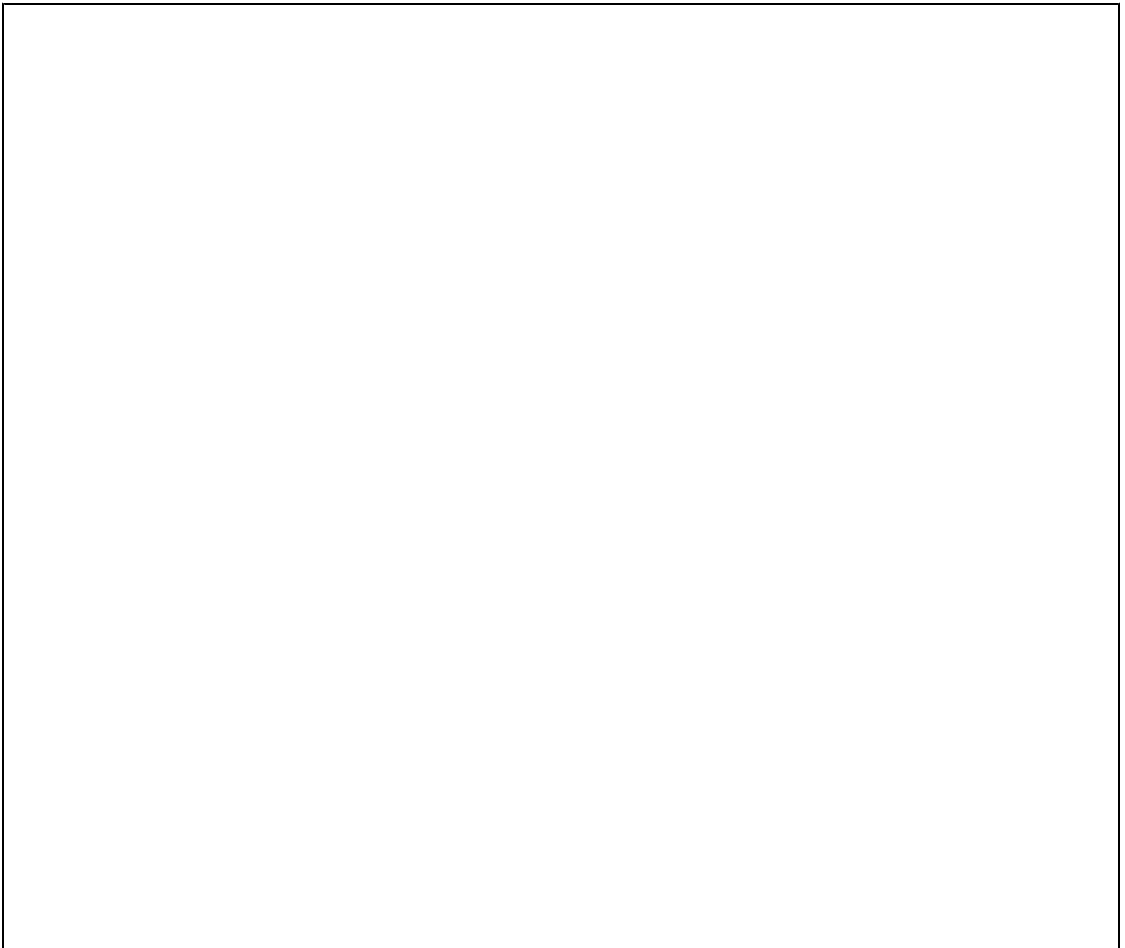
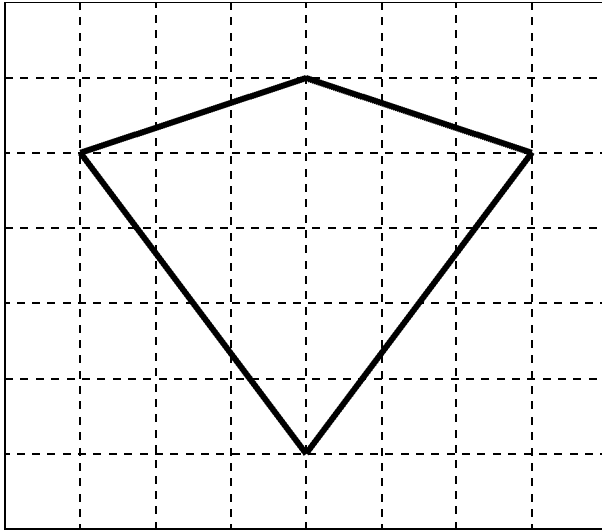
| | | | |
|---|---|---|---|
| (|) | (|) |
| (|) | (|) |

【問題 6】

平行四辺形の面積は計算で求めることができました。では、ひし形やたこ形も、長方形(または正方形)に変形して計算で求めることができるのでしょうか？

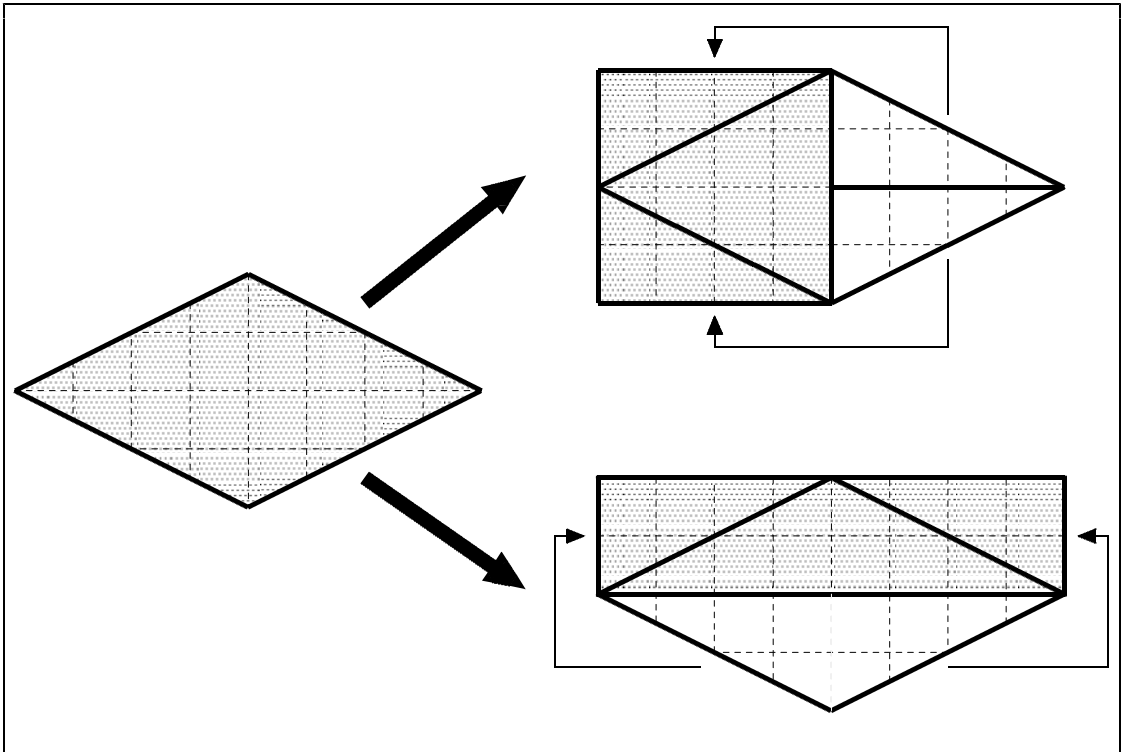
先生から図を画用紙に印刷したものをもらって、試しましょう。





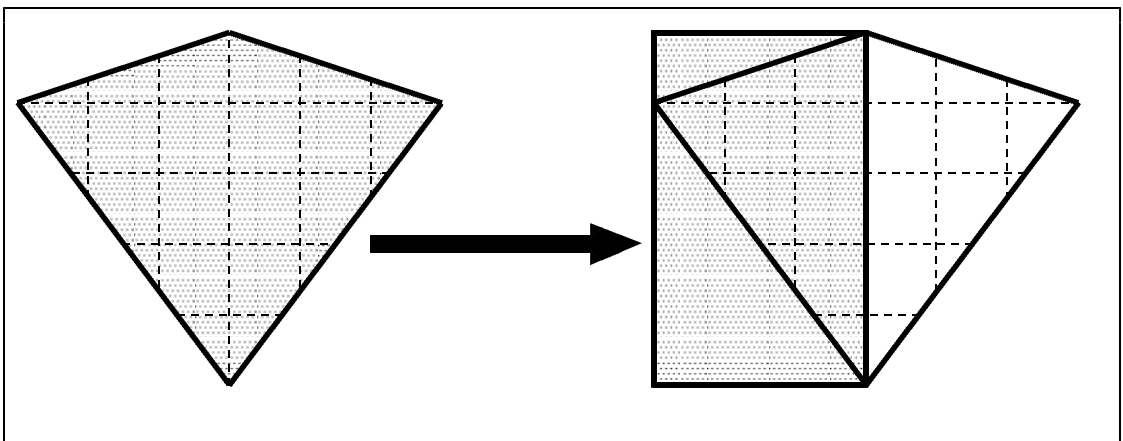
【おはなし 9】

【問題 6】のようなひし形を変形して長方形(または正方形)にするには、次のような方法があります。

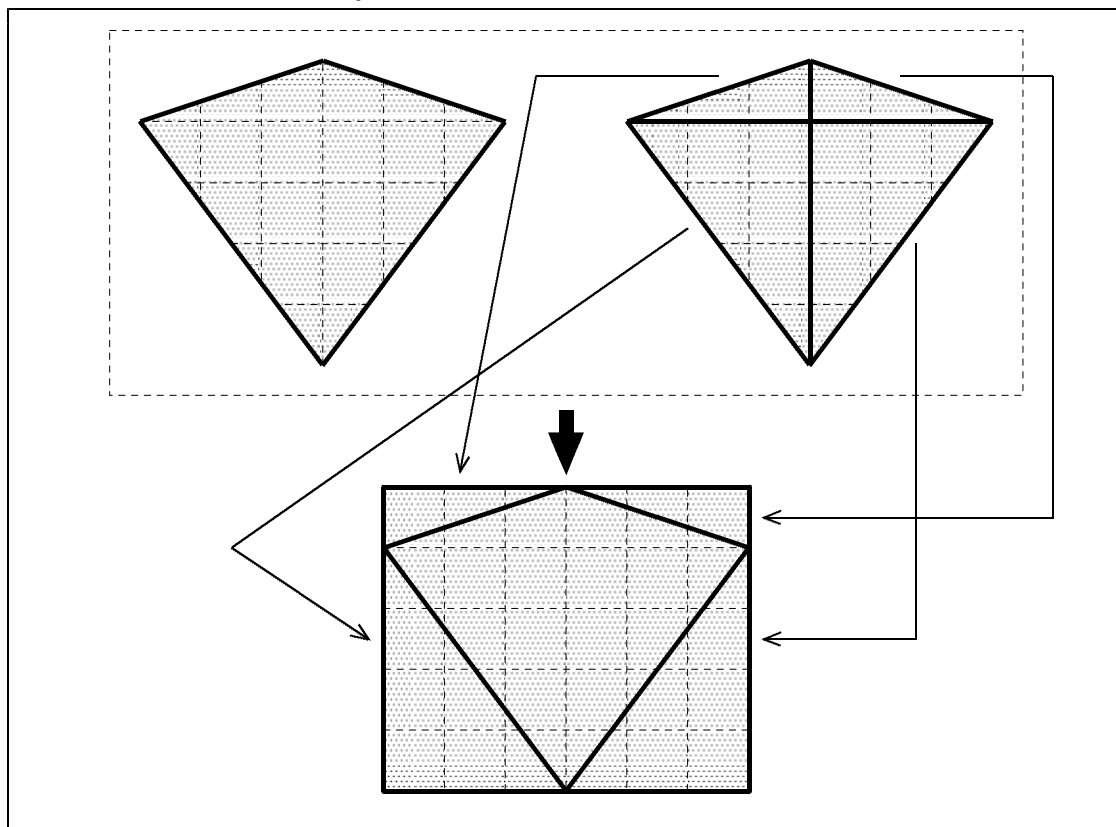


でも、たこ形はどうすれば長方形にできるのでしょうか。

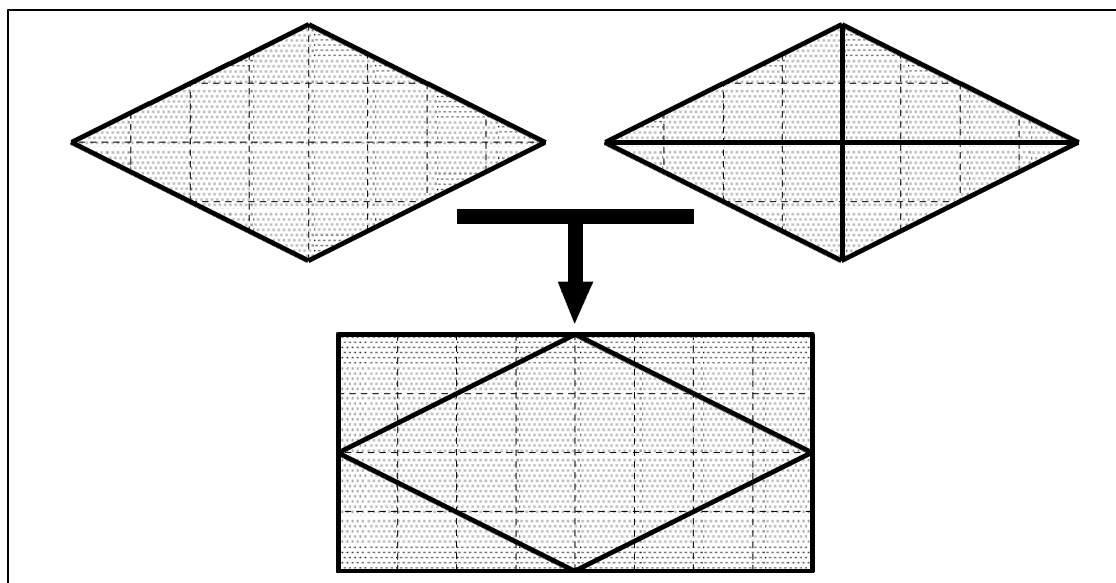
下のようにすれば長方形(または正方形)にできますが、裏返さないといけないので、何だかスッキリしない人もいるでしょう。



では、こんな風にしたらどうでしょう。2枚のたこ形を使って、一枚の長方形を作るのです。



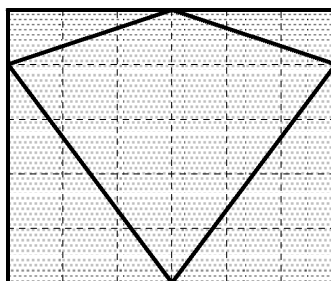
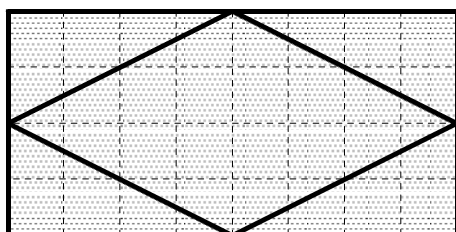
実は、ひし形も同じように、2枚で1枚の長方形が作れます。



- 【おはなし 9】のつづき -

実は、2枚を使って変形したひし形やたこ形の方が、長方形に変形したときの たての長さ と 横の長さ が見つけやすいのです。

ただし、2枚分なので、あとで半分にしなければいけません。



[ひし形]

$$\underline{\hspace{1cm}}(\text{cm}) \times \underline{\hspace{1cm}}(\text{cm}) \div \underline{\hspace{1cm}} = \underline{\hspace{1cm}}(\text{cm}^2)$$

答

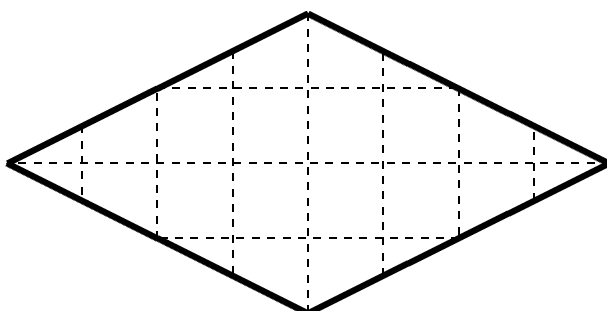
[たこ形]

$$\underline{\hspace{1cm}}(\text{cm}) \times \underline{\hspace{1cm}}(\text{cm}) \div \underline{\hspace{1cm}} = \underline{\hspace{1cm}}(\text{cm}^2)$$

答

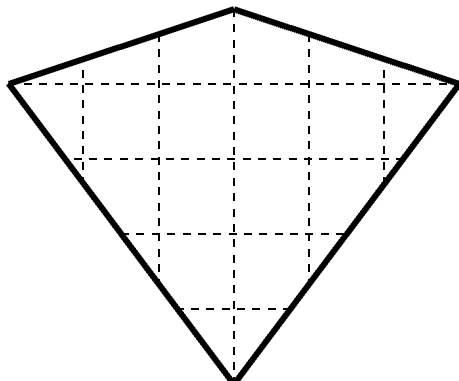
【問題 7】

長方形に変形したときの たて と 横 の長さを書きましょう。



たての長さ

横の長さ

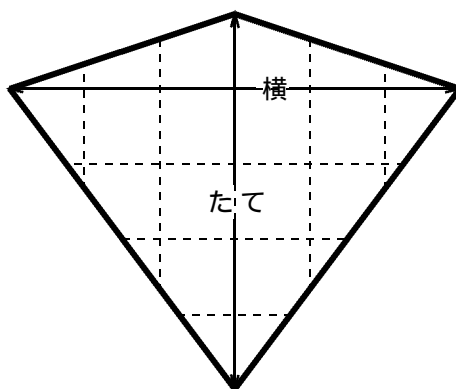
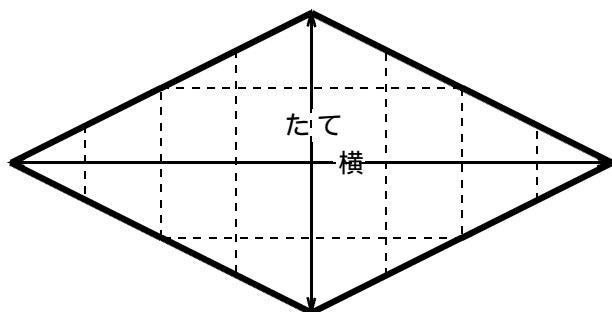


たての長さ

横の長さ

【おはなし10】

長方形に変形したときの たての長さ と 横の長さ は、それぞれ下の図のようになります。

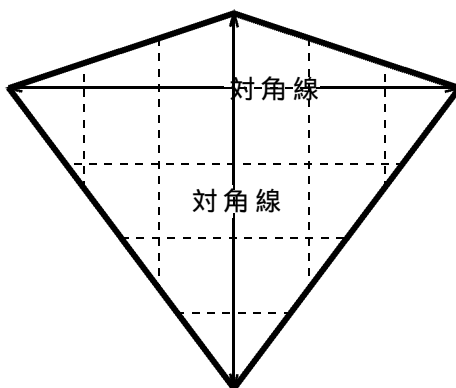
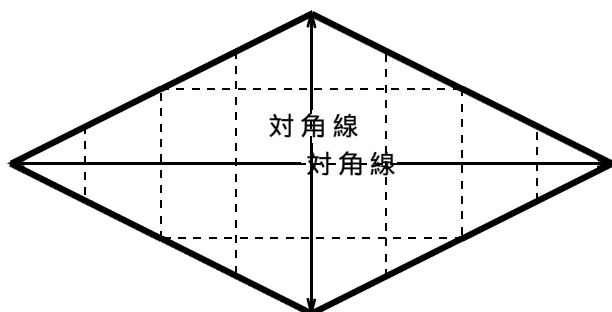


ひし形やたこ形のままだ、長方形に変形したときの たての長さ と 横の長さ がわかりますね。ですから、

(長方形に変形したときの)

$$\begin{aligned} \text{ひし形} &= \text{たての長さ} \times \text{横の長さ} \div 2 \\ \text{たこ形} &= \text{たての長さ} \times \text{横の長さ} \div 2 \end{aligned}$$

として面積が求められます。ひし形やたこ形の「長方形に変形したときの たての長さ と 横の長さ 」は対角線と言います。



つまり、ひし形とたこ形の面積公式は、

$$\text{ひし形・たこ形の面積} = \text{対角線}_{[\text{の長さ}]} \times \text{対角線}_{[\text{の長さ}]} \div 2$$

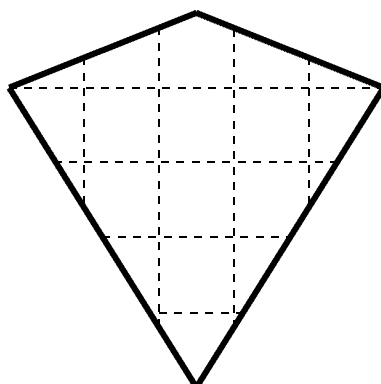
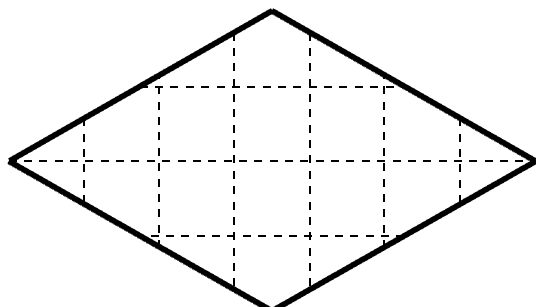
となります。

【練習 3】

1. ひし形・たこ形の面積公式

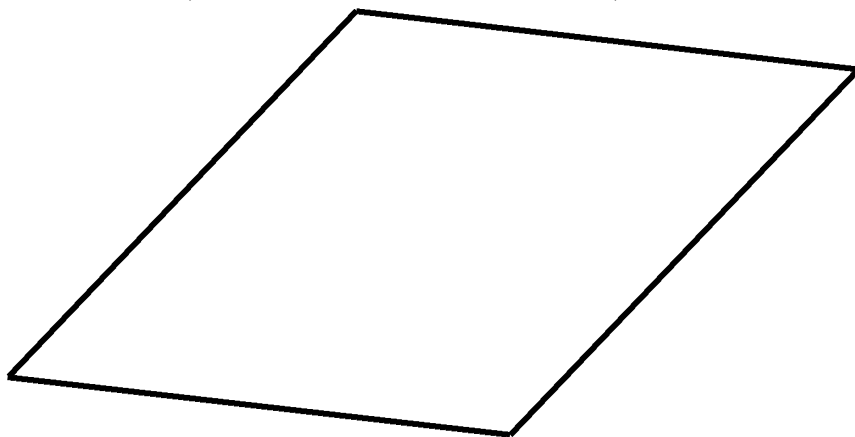
$$\text{ひし形・たこ形の面積} = \text{対角線[の長さ]} \times \text{対角線[の長さ]} \div 2$$

を使って、下のひし形・たこ形の面積を求めましょう。



| | |
|-----------------------------|-----------------------------|
| <p>[式]</p> <p>答 _____</p> | <p>[式]</p> <p>答 _____</p> |
|-----------------------------|-----------------------------|

2. ひし形の面積を、必要な長さを書き込んで、計算で求めましょう。

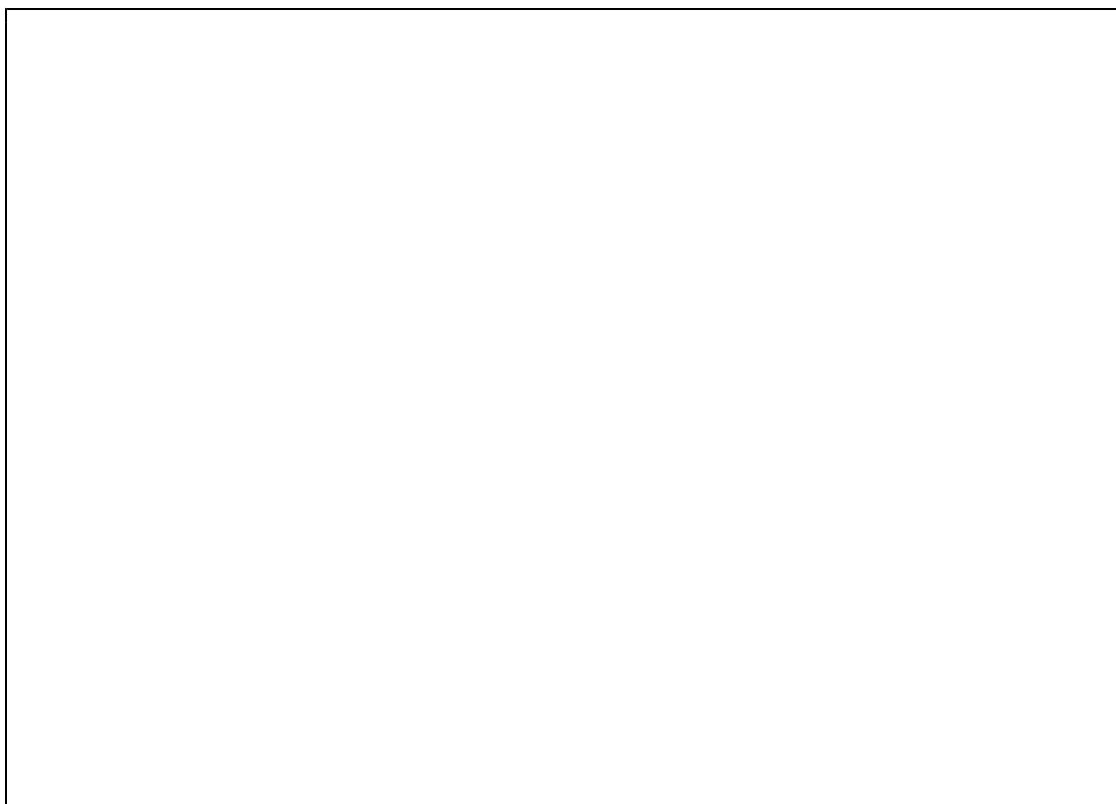
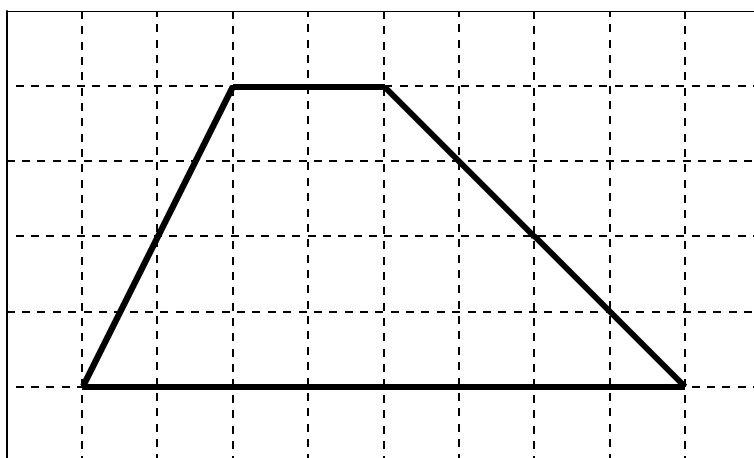


| | |
|--------------|----------------|
| <p>[式]</p> | <p>答 _____</p> |
|--------------|----------------|

【問題 8】

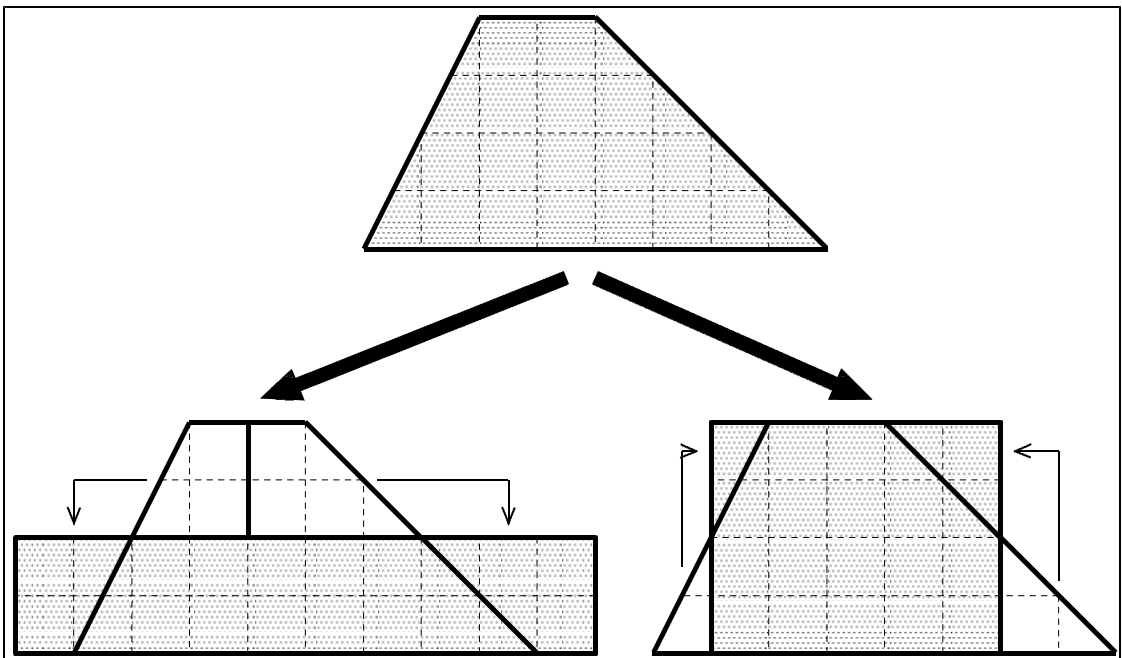
平行四辺形・ひし形・たこ形の面積は計算で求めることができました。
では、台形は、長方形(または正方形)に変形して計算で求めることができるのでしょうか？

先生から図を画用紙に印刷したものをもらって、試しましょう。

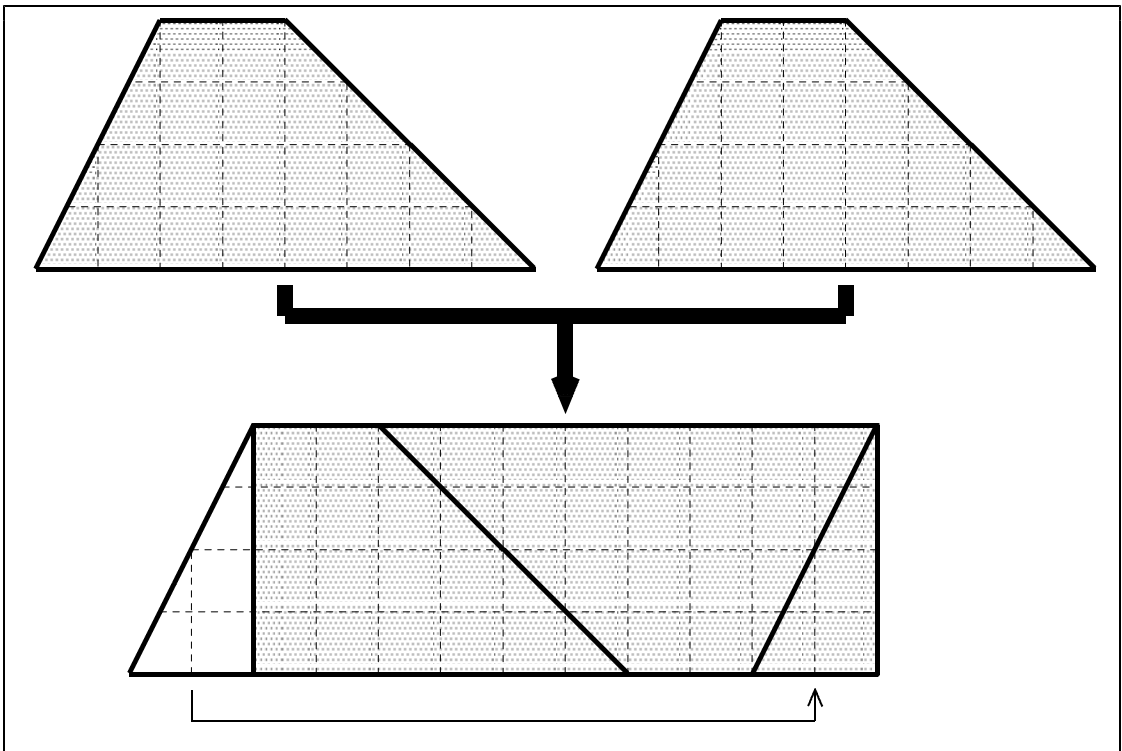


【おはなし11】

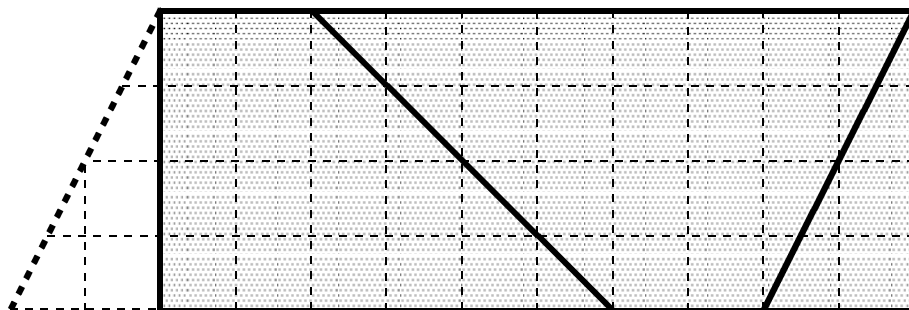
台形を変形して長方形にするには、次のような方法があります。



ひし形やたこ形のとくのように、2枚をあわせる方法もあります。



実は、今回も、2枚を使って変形した方が、長方形に変形したときのたての長さ と 横の長さ が見つけやすいのです。

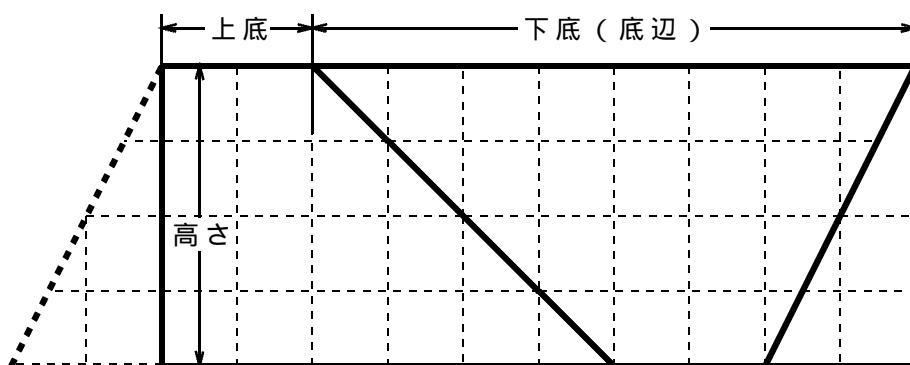


$$\underline{\hspace{1cm}} (\text{cm}) \times \underline{\hspace{1cm}} (\text{cm}) \div \underline{\hspace{1cm}} = \underline{\hspace{1cm}} (\text{cm}^2)$$

答

では、長方形に変形したときの たて と 横 の長さは、どこを見ればわかるのでしょうか？ たて が高さの部分ということはすぐにわかります。では、横はどうでしょうか。

横の長さは、長方形の上の辺を見ればわかります。 台形の上の辺 と 台形の底辺 を合わせた長さです。



台形の上の辺のことを 上底(上の底辺) 、下の底辺のことを、区別するために 下底(下の底辺) ということにすると、台形の面積は、

$$\text{台形の面積} = (\text{上底[の長さ]} + \text{下底[の長さ]}) \times \text{高さ} \div 2$$

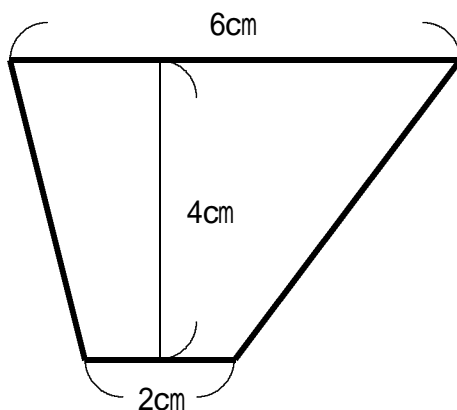
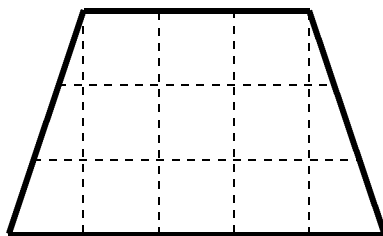
となります。

【練習 4】

1. 台形の面積公式

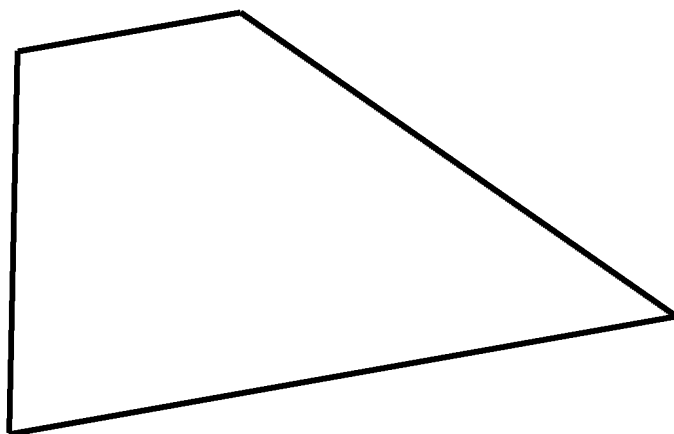
$$\text{台形の面積} = (\text{上底[の長さ]} + \text{下底[の長さ]}) \times \text{高さ} \div 2$$

を使って面積を求めましょう。



| | |
|-----------------------------|-----------------------------|
| <p>[式]</p> <p>答 _____</p> | <p>[式]</p> <p>答 _____</p> |
|-----------------------------|-----------------------------|

2. 台形の面積を、必要な長さを書き込んで、計算で求めましょう。



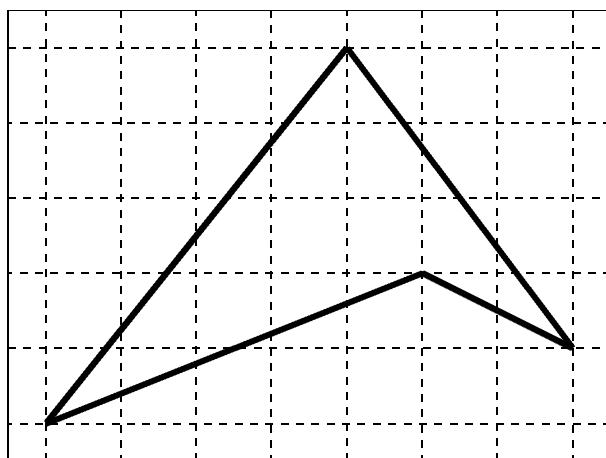
[式]

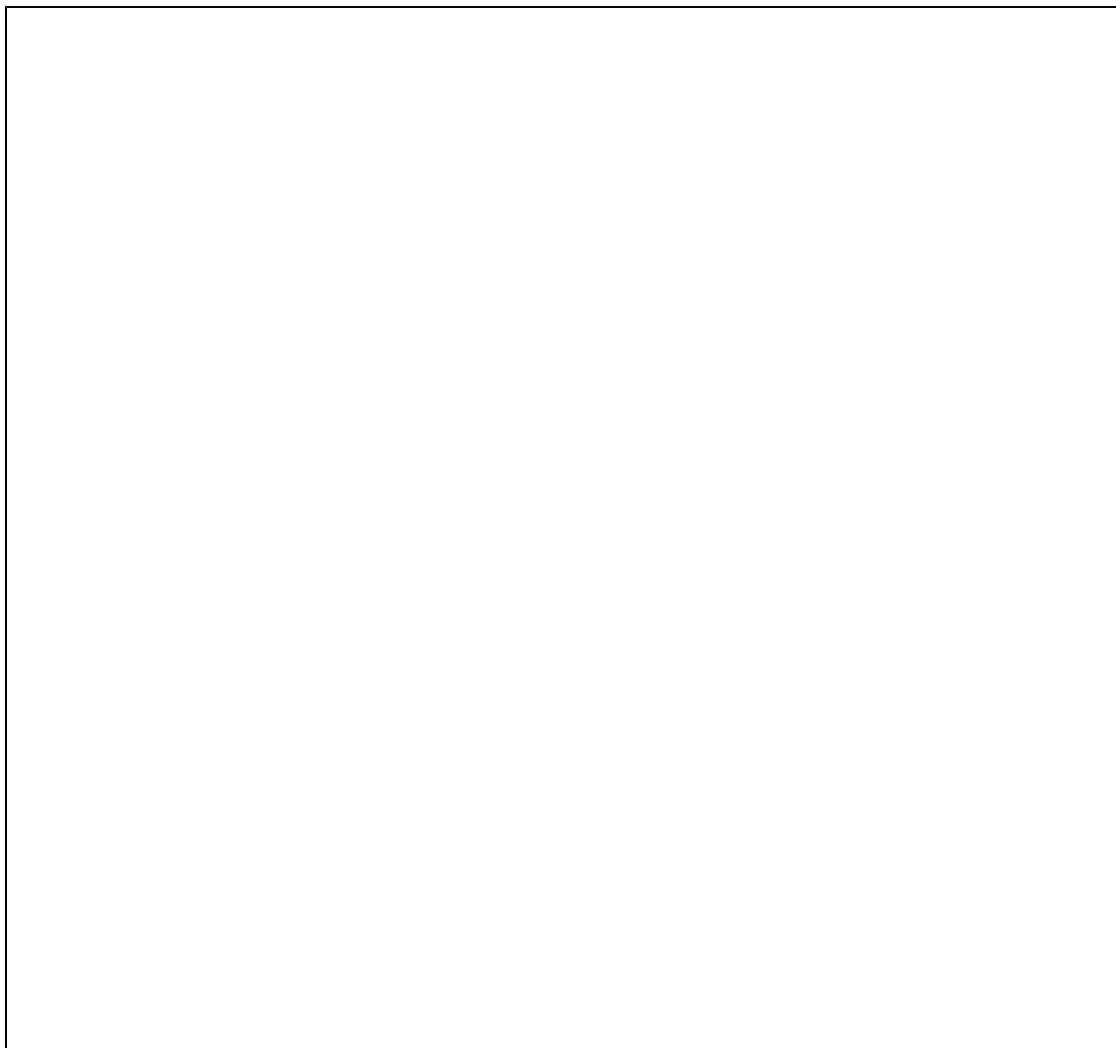
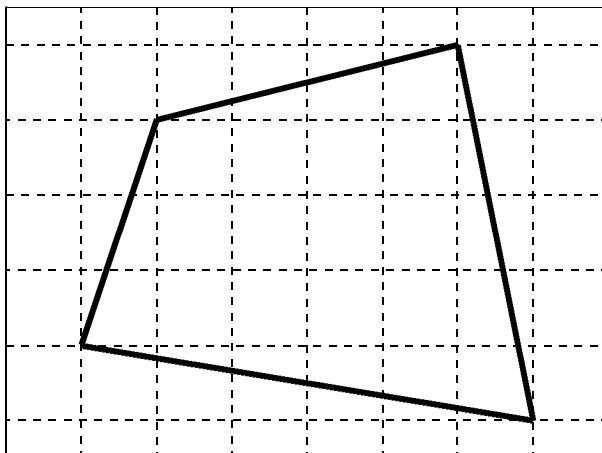
答 _____

【問題 9】

平行四辺形・ひし形・たこ形・台形の面積は計算で求めることができました。では、凹四角形や一般四角形は、長方形(または正方形)に変形して計算で求めることが、はたしてできるのでしょうか？

先生から図を画用紙に印刷したものをもらって、試しましょう。

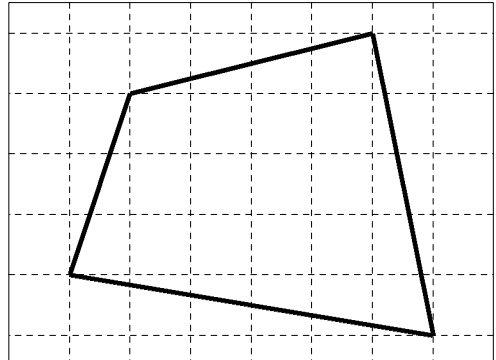
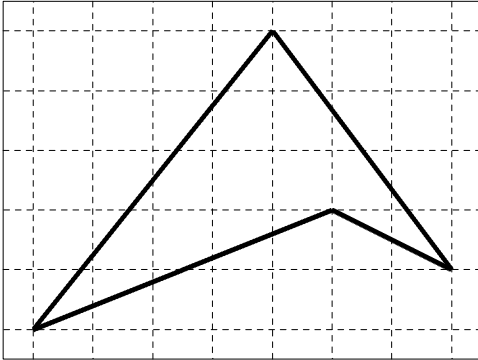




【おはなし12】

凹四角形や一般四角形を変形して長方形(または正方形)を作るのは、とても難しいことです。

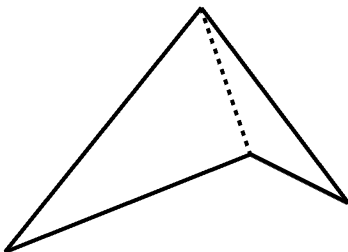
これまで計算で求める方法を見つけてきた平行四辺形・ひし形・たこ形・台形には、等しい辺や角，平行な辺があったのですが、凹四角形や一般四角形には、それらが無いからです。



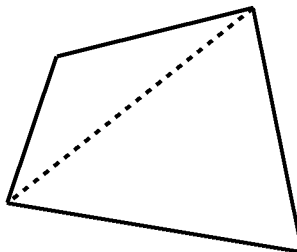
ですから、なかなかうまく長方形(または正方形)に変形することができません。

では、凹四角形や一般四角形の面積を計算で求めることはできないのでしょうか？ そんなことはありません。凹四角形や一般四角形どこか、どんな多角形の面積でも求められる方法があります。

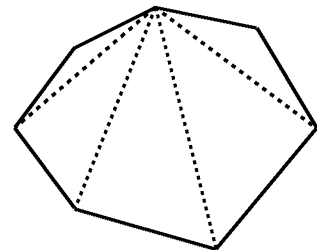
それは、**多角形を三角形にわけ、わけた三角形の面積をひとつひとつ計算で求め、あとで全部をあわせる** という方法です。手間はかかりますが、この方法なら、どんな多角形の面積でも求めることができます。



〔凹四角形〕



〔一般四角形〕



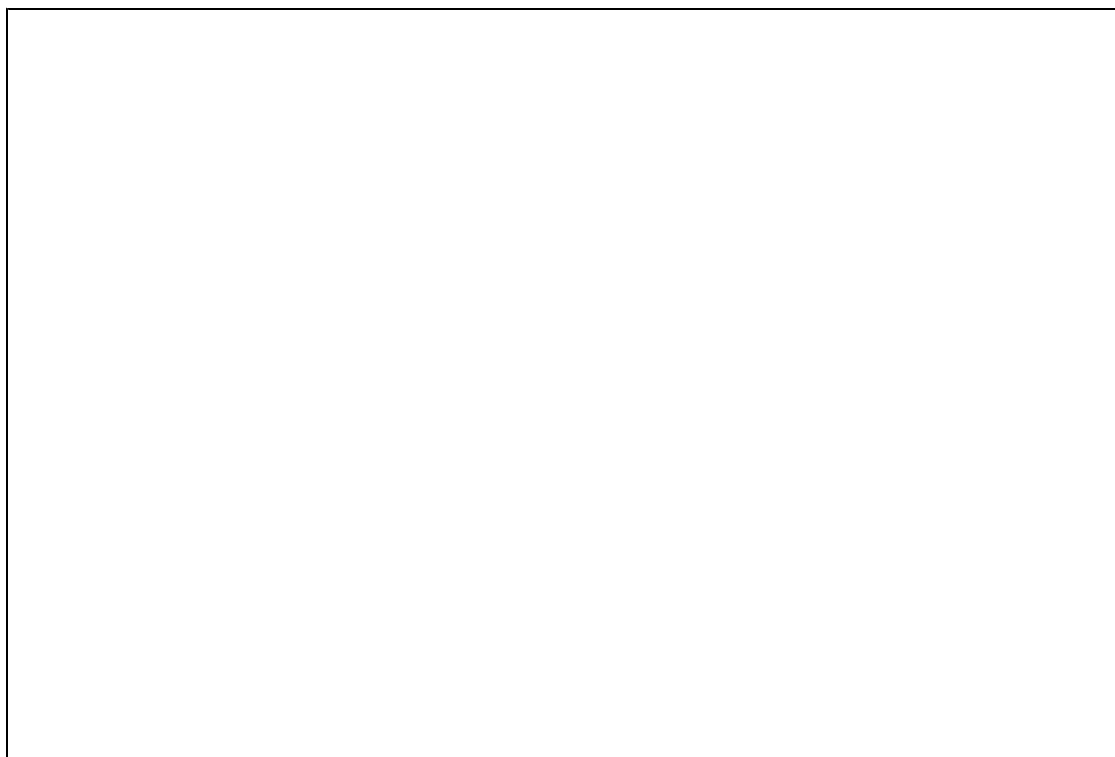
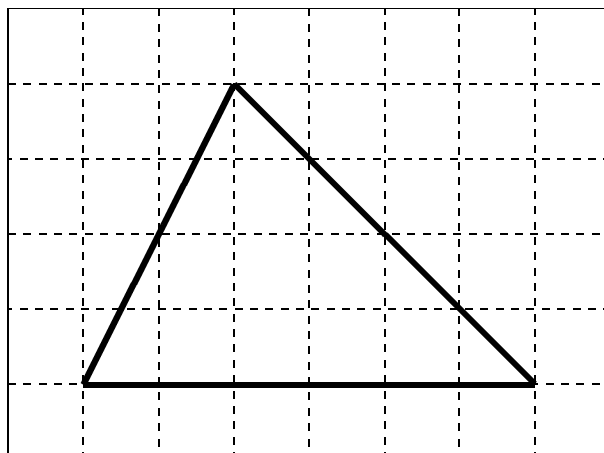
〔七角形〕

でも、三角形の面積はどのようにすれば求めることができるのでしょうか？ 第3部で勉強していきましょう。

第3部 三角形の面積

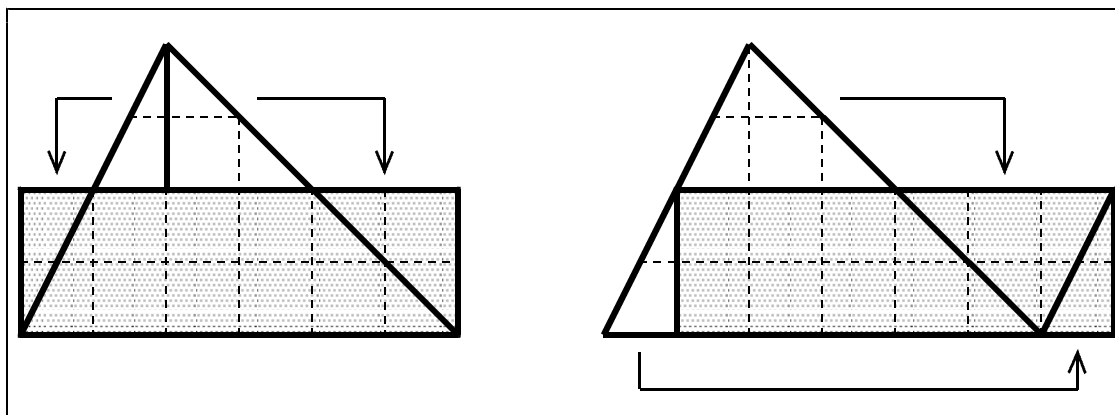
【問題10】

三角形の面積を計算で求める方法を考えてみましょう。下の三角形を長方形(または正方形)に変形して計算で求めることができますでしょうか？
先生から図を画用紙に印刷したものをもらって、試しましょう。

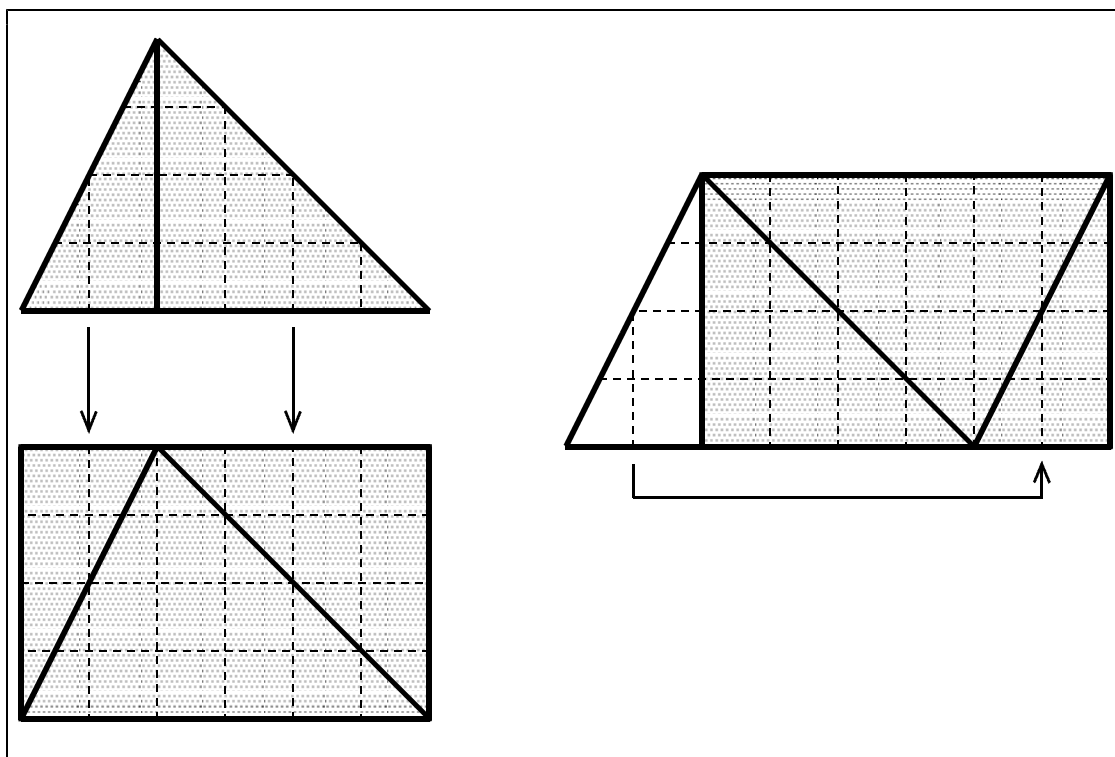


【おはなし13】

三角形を変形して長方形にするには、次のような方法があります。



2枚使って長方形にする方法もあります。



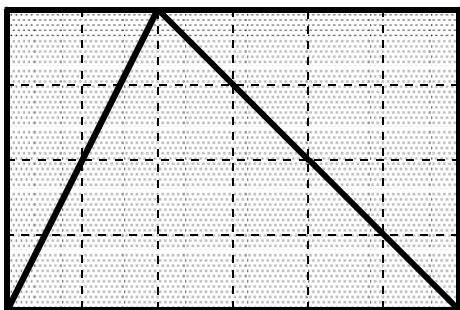
他にも方法はあるでしょうが、三角形を長方形に変形することができます。

しかも、今回も、2枚を使って変形した方が、長方形に変形したときの たての長さ と 横の長さ が見つけやすいようです。

2 枚の三角形を変形した長方形を見て、三角形の面積を求めましょう。

$$\underline{\quad}(\text{cm}) \times \underline{\quad}(\text{cm}) \div \underline{\quad} = \underline{\quad}(\text{cm}^2)$$

答

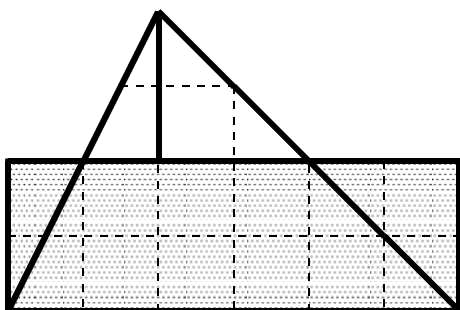


2 枚分の面積なので、求めた長方形の面積を半分にしなければいけません。

念のため、一枚の三角形で変形した長方形の面積も求めておきましょう。

$$\underline{\quad}(\text{cm}) \times \underline{\quad}(\text{cm}) = \underline{\quad}(\text{cm}^2)$$

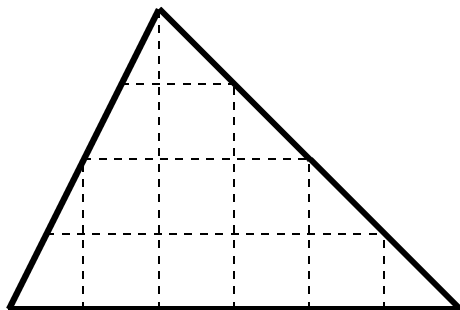
答



では、三角形のままで、長方形に変形したときの たて の長さ と 横 の長さ がわかるでしょうか？

【問題11】

長方形に変形したときの たて と 横 の長さを書きましょう。



たての長さ

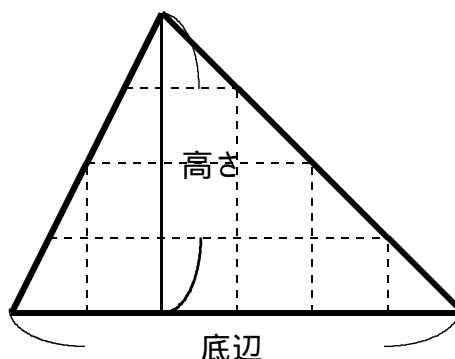
横の長さ

【おはなし14】

三角形を長方形に変形したときの たての長さ と 横の長さ、つまり三角形の高さと底辺は、右の図のようになります。

やはり、三角形のままでも、長方形に変形したときの たての長さ と 横の長さ がわかりますね。

ですから、三角形の面積公式は、

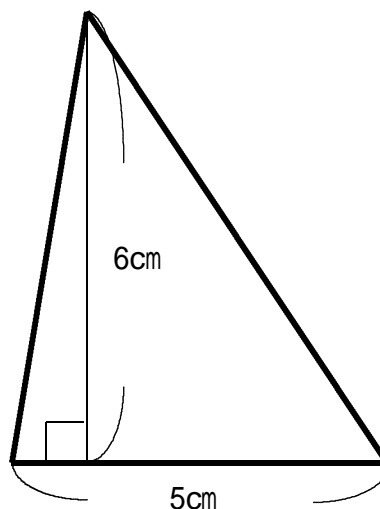
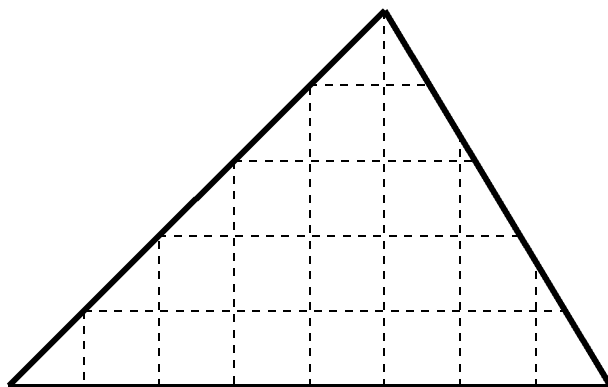


$$\text{三角形の面積} = \text{底辺}[\text{の長さ}] \times \text{高さ} \div 2$$

となります。

【練習4】

三角形の面積を計算で求めましょう。



〔 式 〕

答 _____

〔 式 〕

答 _____

【問題12】

三角形の面積は、

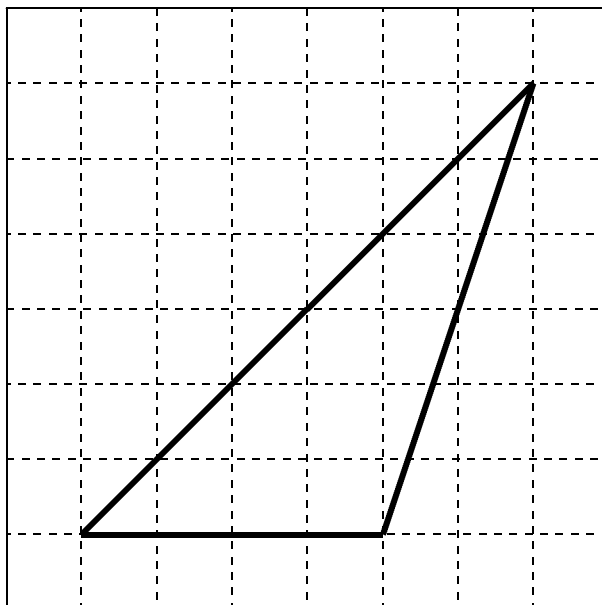
$$\text{三角形の面積} = \text{底辺[の長さ]} \times \text{高さ} \div 2$$

で計算できました。

では、どんな三角形でも、例えば右の図のような形の三角形でも、公式で面積が計算できるのでしょうか？

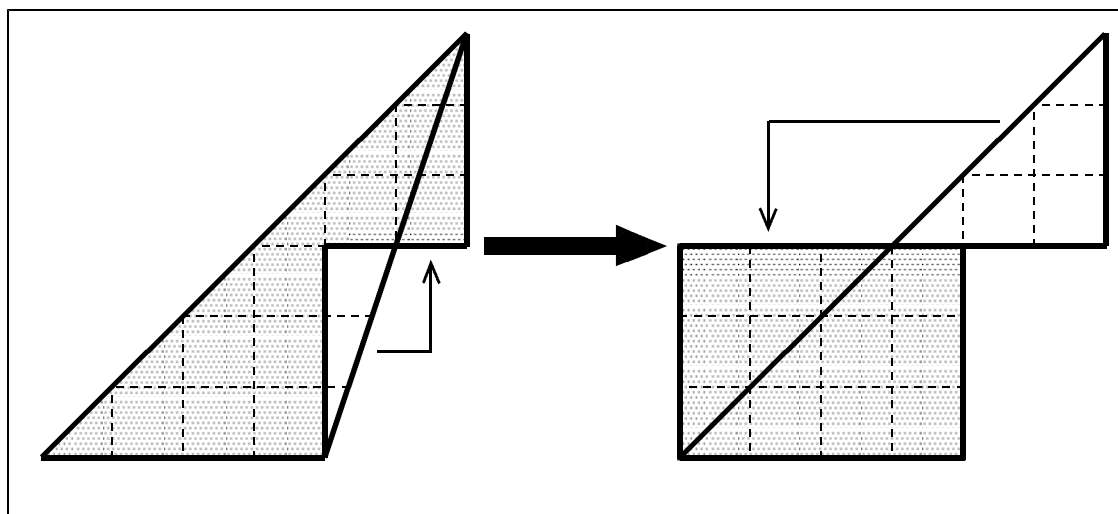
先生から、画用紙に印刷した三角形をもらって、試してみましよう。

まず、長方形に形を変えて、面積を求め、それから計算で面積を求めましよう。

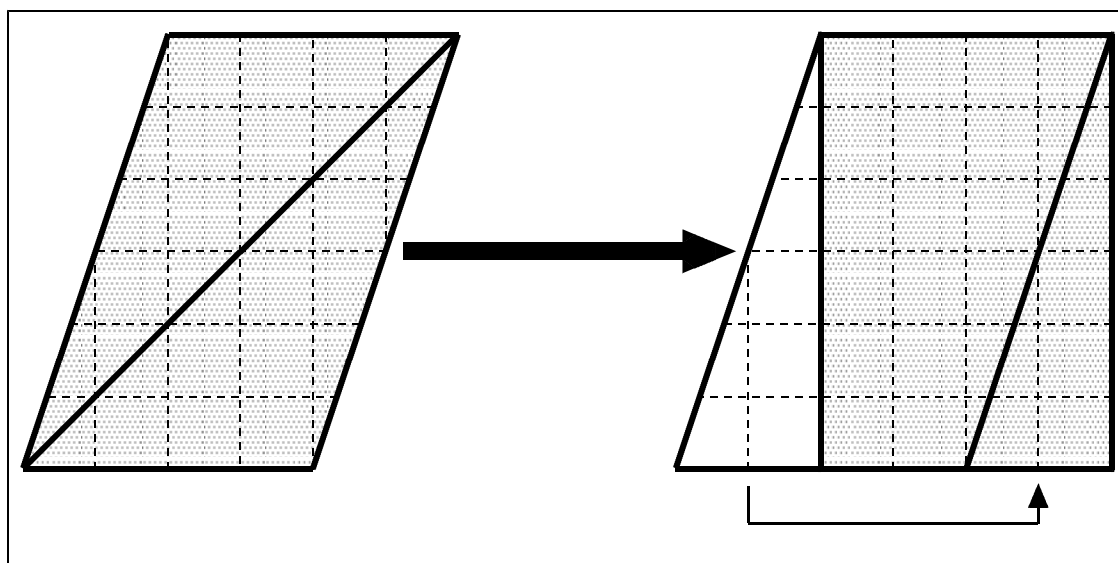


【おはなし15】

【問題12】のような三角形を変形して長方形にするには、次のような方法があります。



2枚使って長方形にする方法もあります。



他にも方法はあるでしょうが、三角形を長方形に変形することができます。

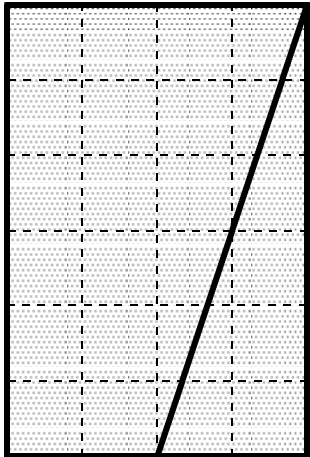
しかも、また今回も、2枚を使って変形した方が、長方形に変形したときの たての長さ と 横の長さ が見つけやすいようです。

2 枚の三角形を変形した長方形を見て、三角形の面積を求めましょう。

$$\underline{\hspace{1cm}}(\text{cm}) \times \underline{\hspace{1cm}}(\text{cm}) \div \underline{\hspace{1cm}} = \underline{\hspace{1cm}}(\text{cm}^2)$$

答

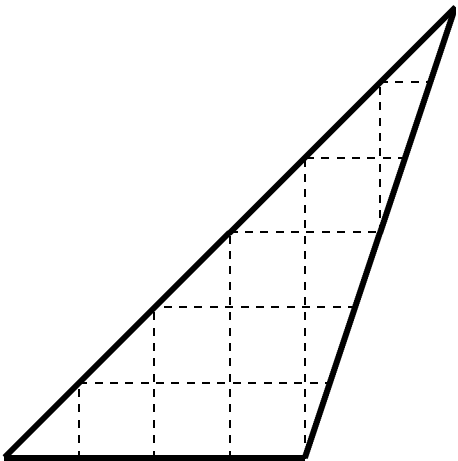
2 枚分の面積なので、求めた長方形の面積を半分にしなければいけません。



では、三角形のままで、長方形に変形したときの たての長さ と 横の長さ がわかるでしょうか？

【問題13】

長方形に変形したときの たて と 横 の長さを書きましょう。



たての長さ

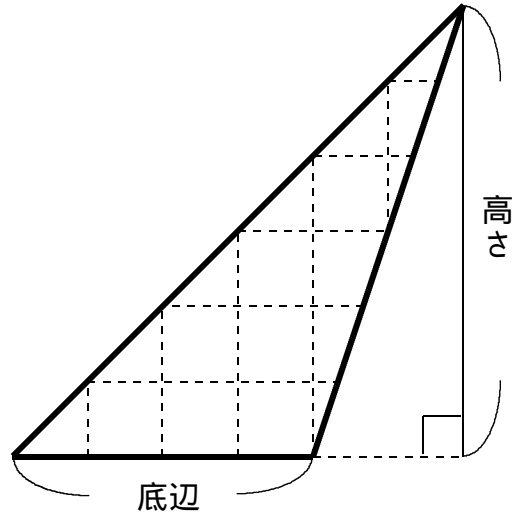
横の長さ

【おはなし16】

三角形を長方形に変形したときの
たての長さ と 横の長さ、つ
まり三角形の高さと底辺は、右の図
のようになります。

やはり、三角形のままでも、長方
形に変形したときの たての長さ
と 横の長さ がわかりますね。

ですから、三角形の面積公式は、
やはり、

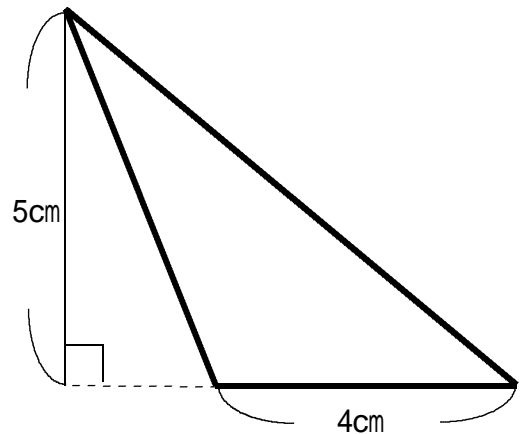
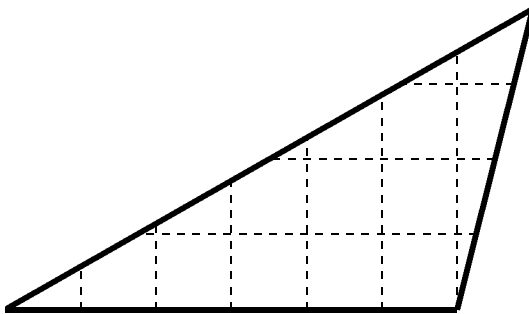


$$\text{三角形の面積} = \text{底辺}[\text{の長さ}] \times \text{高さ} \div 2$$

となります。

【練習5】

面積を計算で求めましょう。

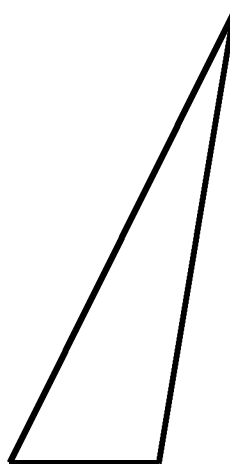
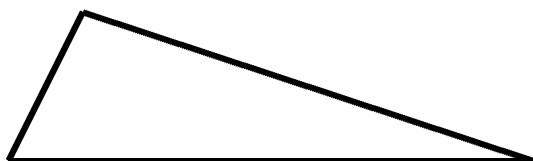
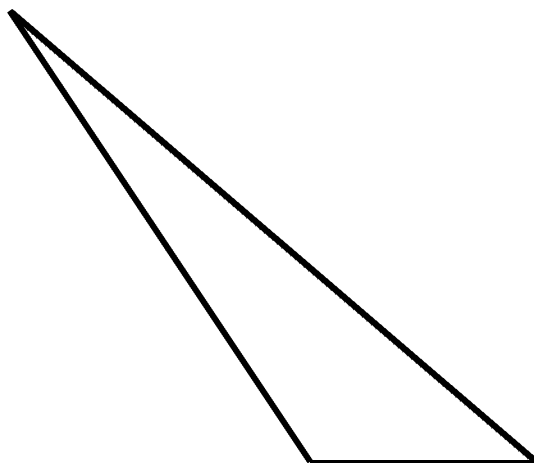
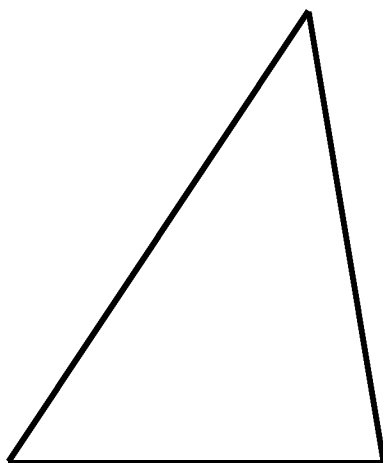


〔 式 〕
答 _____

〔 式 〕
答 _____

【練習 6】

下の三角形の面積を求めましょう。必要な長さを測って図に書き込んでから、計算しましょう。

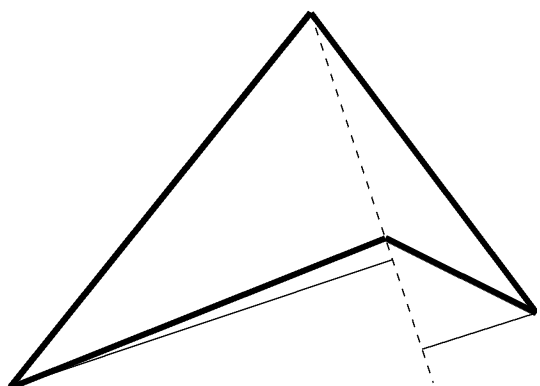


| | | | |
|---|---|---|---|
| 〔 | 〕 | 〔 | 〕 |
| 〔 | 〕 | 〔 | 〕 |

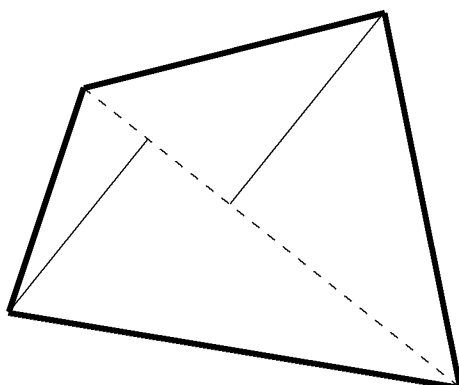
第4部 多角形の面積

【練習7】

【問題9】では求められなかった凹四角形と一般四角形の面積を、三角形にわけて計算で求めましょう。必要な長さを測って図に書き込んでから、計算で面積を求めましょう。



[]



[]

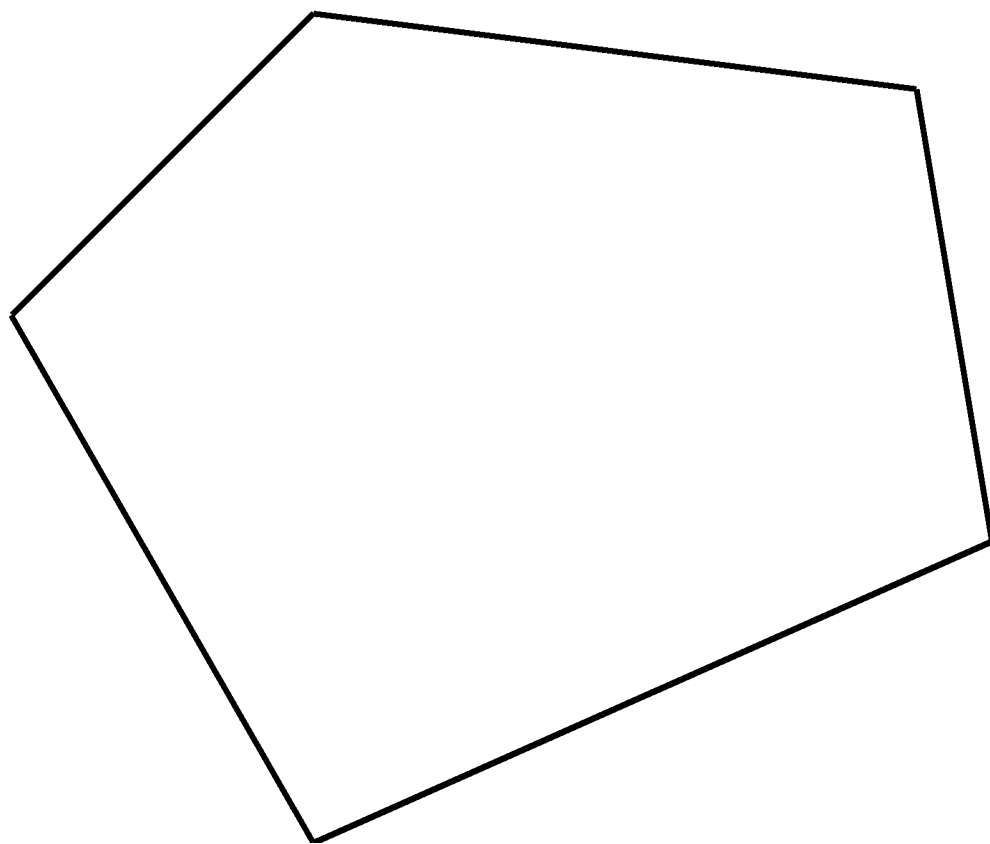
求めた面積が正しいかどうかはどのように調べるとよいのでしょうか。

【おはなし17】

複雑な形の面積を求めるときは、重さで比べる便利です。同じ材質の紙に 1 cm^2 方眼を印刷して、そのいくつかをてんびんで測れば、ほぼ正しい面積を求めることができます。

【練習8】

下の五角形の面積を、三角形にわけて計算で求めましょう。必要な長さを測って図に書き込んでから、計算で面積を求めましょう。



先生に重さで面積を確かめてもらいましょう。